Tópicos Especiais em Termodinâmica Ambiental

Rodrigo Branco Rodakoviski (rodakoviski@gmail.com)

1 Transferência de Calor

No estudo da Termodinâmica, é comum calcularmos o calor transferido em um processo através de um balanço integral de energia (1ª lei) para um sistema ou volume de controle. Entretanto, assim como identificamos diferentes formas de realização de trabalho (por movimento de fronteira, elétrico, elástico, etc.), podemos identificar diferentes mecanismos de transferência de calor entre corpos de diferentes temperaturas, os quais serão discutidos a seguir.

1.1 Condução

A transferência de calor por condução é um fenômeno de *difusão* molecular que ocorre sem transporte macroscópico de massa. Este é o fenômeno responsável pelo aquecimento do cabo de metal de uma panela que é levada ao fogo, e também pelo resfriamento de uma xícara de café (embora neste caso também haja perda de calor latente por evaporação).

A temperatura de um corpo é uma medida da energia cinética das moléculas que o compõem. Quando um corpo a dada temperatura entra em contato com um segundo corpo a uma temperatura superior, as moléculas deste último, mais agitadas, colidem com as moléculas do primeiro, transferindo quantidade de movimento a elas. Isso pode ser percebido macroscopicamente como um aumento da temperatura do primeiro corpo e uma correspondente diminuição da temperatura do segundo.

Matematicamente, este fenômeno é descrito pela *lei de Fourier*:

$$\mathbf{q} = -\kappa \boldsymbol{\nabla} T, \tag{1}$$

em que $\mathbf{q}$ é o vetor fluxo de calor específico, dado em $\mathrm{W\,m^{-2}}$, κ é a *condutividade térmica* do material, dada em $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, e $\boldsymbol{\nabla} T$ é o vetor gradiente de temperatura, dado em $\mathrm{K\,m^{-1}}$. Segundo esta lei, os fluxos de calor por condução tendem a minimizar os gradientes de temperatura, já que ocorrem no sentido oposto aos mesmos, ou seja; calor é transportado da região de maior para menor temperatura. Na verdade, isto é uma consequência da segunda lei da termodinâmica, que implica em $\kappa > 0$. Um material que possui um elevado valor de κ, tal como o alumínio (para o qual $\kappa = 235\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$), é um bom condutor de calor, enquanto que um baixo valor de κ indica um bom isolante térmico, como ocorre para o ar seco (de condutividade térmica igual a $0{,}026\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$).

A taxa de transferência de calor (escalar) que ocorre através de uma superfície $\mathscr{S}$ de área A é dada por

$$\dot{Q} = \int_{\mathscr{S}} \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, \mathrm{d}A, \tag{2}$$

em que $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal à superfície em cada ponto e $\mathrm{d}A$ é o elemento de área sobre $\mathscr{S}$. Também é comum a definição da *difusividade térmica*:

$$\alpha \equiv \frac{\kappa}{\rho c_p}, \tag{3}$$

em que α é a difusividade térmica, dada em $\mathrm{m^2\,s^{-1}}$, ρ é a densidade, dada em $\mathrm{kg\,m^{-3}}$, e c_p é o calor específico a pressão constante, dado em $\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

1.2 Convecção

A transferência de calor por convecção deve-se ao transporte de massa em fluidos em movimento. Quando uma panela com água é levada ao fogo, a camada inferior de água aquece rapidamente por condução e, consequentemente, se expande, e sua densidade passa a ser inferior à densidade do restante do sistema. A força de empuxo faz com que a água quente suba e ocupe a superfície antes preenchida por água fria, que é mais densa e, portanto, desce. Esta porção de água fria que desceu também é aquecida pela chama, e assim surgem correntes de convecção. Note que, neste processo, as moléculas de água são transportadas juntamente com a energia, diferentemente do que ocorre no processo de condução.

Um fenômeno do mesmo tipo ocorre na atmosfera, caso em que a superfície terrestre é aquecida pela radiação solar. As correntes de ar quente ascendentes recebem o nome de térmicas, e são utilizadas por pássaros e em atividades de voo livre. Note que, em ambos os casos, o que força o movimento é o fato da parte inferior do fluido estar em contato com uma superfície mais quente que o mesmo.

Existem inúmeros exemplos de transferência de calor por convecção na natureza. No interior da Terra, correntes convectivas de baixas velocidades ocorrem no manto terrestre, e são responsáveis pela movimentação da litosfera. No Sol, a energia liberada pelas reações de fusão nuclear é transportada até a sua superfície através de gigantescas células de convecção. Nos oceanos, o transporte de calor por processos semelhantes é um importante regulador do clima em grandes escalas. Na atmosfera, células convectivas estão presentes na circulação global, sendo as células de Hadley um exemplo disso, e também nos ventos locais, como nos fenômenos de brisa marítima/terrestre e brisa de vale/montanha. A elevação de ar quente na atmosfera está frequentemente associada à formação de nuvens.

De forma geral, pode-se chamar de *advecção* o mecanismo transferência de calor causada pelo transporte de massa, sendo este último causado ou não por empuxo. A taxa de transferência de calor por advecção depende das características particulares do escoamento em questão, e é dada ponto a ponto em um escoamento pelo produto escalar entre o vetor velocidade e o vetor gradiente de temperatura. Para que estes campos vetoriais sejam determinados, é necessário resolver as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia para fluidos, o que não é necessariamente uma tarefa elementar.

Assim, se o fluido estiver imóvel, ou se a sua temperatura for uniforme, não ocorre nenhum transporte advectivo de calor. Destacando que este fenômeno depende do aquecimento diferencial das partes de um fluido, parametriza-se a taxa de transferência de calor em função de uma diferença de temperatura através da lei do resfriamento de Newton:

$$\dot{Q} = jA\Delta T, \tag{4}$$

em que j é um coeficiente de transferência de calor por convecção. Este coeficiente deve conter todas as informações a respeito das características particulares do escoamento em questão, e pode ser definido de forma a incluir até mesmo os efeitos de outros mecanismos de transferência de calor, já que os três fenômenos podem ocorrer simultaneamente em situações reais.

1.3 Radiação

A radiação é um mecanismo de transferência de calor que não necessita da presença de matéria no meio, pois ela consiste em uma onda eletromagnética, a qual se propaga no vácuo. A superfície de qualquer corpo com temperatura absoluta maior que $0\,\mathrm{K}$ emite radiação, independentemente da presença ou não de outros corpos no ambiente, e independentemente da incidência de luz ou não sobre o mesmo. É através da radiação que o Sol aquece a Terra e uma fogueira aquece os objetos próximos.

Uma onda eletromagnética é caracterizada por sua frequência ν, cuja relação com o comprimento de onda λ é

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \tag{5}$$

em que c é a velocidade da luz no meio, igual a aproximadamente $3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ no vácuo. A radiação emitida por um corpo é em geral policromática, isto é, consiste na sobreposição de ondas eletromagnéticas de diversos comprimentos de onda a diferentes intensidades. A importância relativa de cada comprimento de onda depende da temperatura e do tipo da superfície em questão, e é descrita por uma quantidade conhecida como emitância ϕ. A emitância é a taxa de transferência de calor por radiação por unidade de área e por unidade de comprimento de onda.

Um corpo negro é definido como um corpo ideal que absorve toda radiação que nele incide, ou seja, nenhuma radiação o atravessa ou é por ele refletida. Embora tal corpo não exista, sua emitância pode ser obtida teoricamente; ela é dada pela *lei de Planck*:

$$\phi = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{hc}{k_B T \lambda}\right) - 1\right]}, \tag{6}$$

em que $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ é a constante de Boltzmann, e $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ é a constante de Planck. A emitância de um corpo negro em função do comprimento de onda para algumas temperaturas está

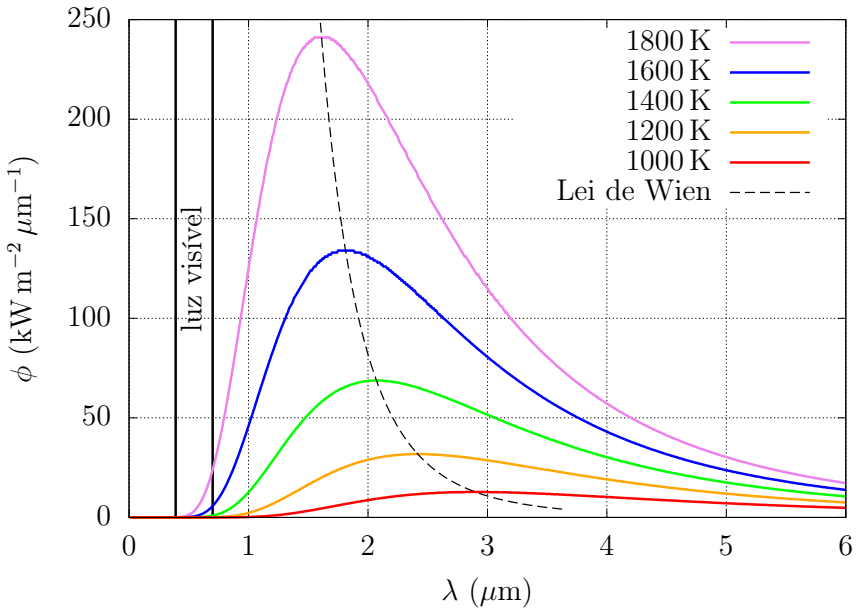

Figura 1: Emitância de um corpo negro a diferentes temperaturas. A linha tracejada passa pelos pontos de emitância máxima dados pela lei de Wien para cada temperatura.

representada na figura 1. Note que, conforme aumenta-se a sua temperatura, o corpo negro emite mais radiação a comprimentos de onda menores. É necessário que um corpo esteja muito quente para que ele emita uma quantidade significativa de radiação na faixa do visível. Embora comprimentos de onda maiores não sejam percebidos pela visão humana, eles são percebidos por sensores presentes em outros animais e por algumas bandas de satélites, por exemplo, podendo ser utilizados para a identificação de ilhas de calor em ambientes urbanos. O comprimento de onda em que a emitância é máxima é dado aproximadamente pela *lei do deslocamento de Wien*, segundo a qual

$$\lambda_{max} \approx \frac{a}{T}, \quad a = \frac{hc}{5k_B} \approx 2900\,\mu\mathrm{m\,K}. \tag{7}$$

Integrando ϕ entre dois comprimentos de onda λ_1 e λ_2, encontra-se a taxa (por unidade de área) de transferência de energia transportada por fótons cujo comprimento de onda se situa neste intervalo. Integrando-se a emitância dada por (6) em todos os comprimentos de onda, encontra-se a taxa total (por unidade de área) de transferência de calor por radiação para um corpo negro. Assim, um corpo negro cuja superfície tem área A emite calor por radiação a uma taxa $\dot{Q}$ dada por

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \int_0^\infty \phi \,\mathrm{d}\lambda = \underbrace{\frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^3}}_{\sigma} T^4, \tag{8}$$

em que $\sigma \approx 5{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$ é a constante de Stefan-Boltzmann. Também percebe-se da figura 1 que a taxa de emissão de energia por radiação (área sob a curva) aumenta conforme aumenta-se a temperatura do objeto.

Corpos reais, diferentemente de um corpo negro, *absorvem* radiação sobre eles incidente com eficiência variável em função do comprimento de onda. Corpos reais também *emitem* radiação com eficiência variável em função do comprimento de onda e, segundo a *lei de Kirchhoff* para radiação térmica, um corpo emite radiação a dado comprimento de onda com a mesma eficiência que a absorve. Como a eficiência de absorção é máxima para um corpo negro, a eficiência de emissão de radiação por qualquer corpo real é inferior àquela de um corpo negro. Por isso, define-se a emissividade ε de uma superfície como a fração da radiação que um corpo negro à mesma temperatura emitiria que é de fato emitida pela superfície. A emissividade varia entre 0 e 1 para corpos reais, e é igual à unidade para um corpo negro. De forma geral, pode-se escrever a *lei de Stefan-Boltzmann* como

$$\dot{Q} = \varepsilon\sigma A T^4. \tag{9}$$

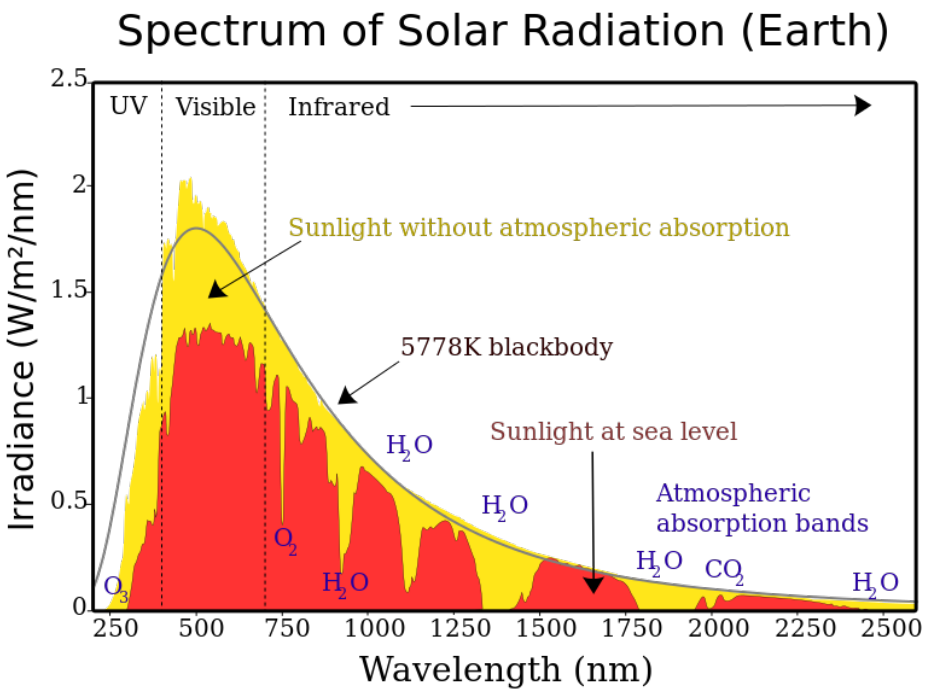

Figura 2: Irradiância solar no topo da atmosfera (comparada com a emitância de um corpo negro a $5778\,\mathrm{K}$) e ao nível do mar.

2 Balanço Radiativo na Superfície Terrestre

Considere a primeira lei da termodinâmica escrita em termos de taxas aplicada ao sistema "Terra+Atmosfera". Com o objetivo de estimar a temperatura média deste sistema, considera-se que os processos relevantes ocorrem em regime permanente, de tal forma que a temperatura não muda ao longo do tempo. Além disso, todo fenômeno que implique em trabalho atravessando a fronteira do sistema, tal como o vento solar, será desprezado. Assim, conclui-se que a taxa líquida de transferência de calor através da fronteira do sistema deve ser nula:

$$\frac{\mathrm{d}\cancel{E}^{0}}{\mathrm{d}t} = \dot{Q} - \cancel{\dot{W}}^{0} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q} = 0. \tag{10}$$

Não é possível que a fronteira seja atravessada por fluxos de calor advectivos ou difusivos, já que ambos os mecanismos necessitam de um meio material para sua ocorrência. Assim, conclui-se que radiação é emitida por este sistema à mesma taxa em que é absorvida.

2.1 Radiação solar

A fonte primária de energia para o sistema "Terra+Atmosfera" é a radiação solar. Como percebe-se na figura 2, a distribuição espectral da radiação solar é bastante próxima daquela de um corpo negro a $5778\,\mathrm{K}$. A radiação solar é máxima na faixa do visível, e cerca de $50\,\%$ da energia é emitida na faixa do infravermelho. A irradiância ao nível do mar é inferior àquela acima da atmosfera devido à reflexão da radiação solar por nuvens e aerosóis, e também devido à absorção da radiação ultravioleta pelo ozônio e da radiação infravermelha por gases de efeito estufa, tais como o vapor d'água.

Como deseja-se determinar a temperatura média do sistema "Terra+Atmosfera", considera-se a irradiância solar no topo da atmosfera. Aproximando o Sol por um corpo negro esférico a $T_{Sol} = 5778\,\mathrm{K}$ e de raio $R_{Sol} = 695700\,\mathrm{km}$, a área da sua superfície é igual a $4\pi R_{Sol}^2$. Da lei de Stefan-Boltzmann, tem-se que a taxa total (em todos os comprimentos de onda) de emissão de energia pelo Sol é

$$\dot{Q}_{Sol} = 4\pi R_{Sol}^2 \sigma T_{Sol}^4. \tag{11}$$

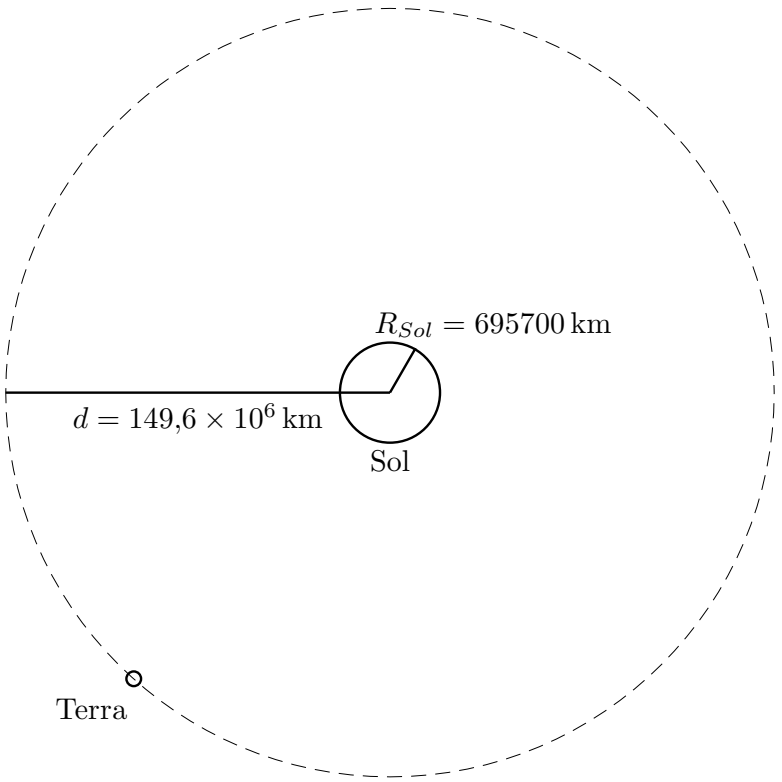

Figura 3: A energia emitida pelo Sol é distribuída em uma superfície cuja área aumenta progressivamente com o quadrado da distância (figura fora de escala).

A Terra encontra-se em média a uma distância $d = 149{,}6 \times 10^6\,\mathrm{km}$ do Sol. Para encontrar o fluxo radiativo por unidade de área a esta distância, F_s, deve-se considerar que toda a energia emitida pelo Sol é distribuída uniformemente na superfície de uma esfera de raio d (figura 3). Assim,

$$F_s = \frac{\dot{Q}_{Sol}}{4\pi d^2} = \frac{4\pi R_{Sol}^2 \sigma T_{Sol}^4}{4\pi d^2} = \sigma \left(\frac{R_{Sol}}{d}\right)^2 T_{Sol}^4 = 1367\,\mathrm{W\,m^{-2}}. \tag{12}$$

Esta quantidade é conhecida como *constante solar*. A irradiância solar por unidade de área medida por satélites no topo da atmosfera é, na realidade, ligeiramente variável em torno de $1361\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

Toda esta energia seria recebida pela Terra se a radiação solar incidisse perpendicularmente sobre a sua superfície. Entretanto, a área que efetivamente recebe esta energia é igual à área da seção transversal da Terra (figura 4). Assim, considerando que a Terra é uma esfera de raio R_T, a energia efetivamente recebida é igual a $F_s \pi R_T^2$. Se a superfície total da Terra é $4\pi R_T^2$, o fluxo médio de energia incidente (por unidade de área) F_i é

$$F_i = \frac{F_s \pi R_T^2}{4\pi R_T^2} = \frac{F_s}{4}. \tag{13}$$

2.2 Estimativa inicial

Uma fração da radiação incidente não é absorvida pelo sistema "Terra+Atmosfera", mas sim refletida de volta para o espaço. Isso deve-se principalmente a superfícies com elevada reflectância, tais como regiões cobertas por nuvens ou neve. Para a Terra, os satélites indicam que esta fração, conhecida como *albedo*, é igual a aproximadamente $\alpha = 0{,}28$. Indicando por F_r a radiação refletida e F_a a radiação absorvida (ambos por unidade de área), tem-se

$$F_a = F_i - F_r = F_i - \alpha F_i = F_i\,(1-\alpha) \quad \Rightarrow \quad F_a = \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4}. \tag{14}$$

Considerando a Terra como um corpo negro ($\varepsilon = 1$) esférico de raio R_T e temperatura da superfície T_T, da lei de Stefan-Boltzmann tem-se que a Terra emite radiação a uma taxa igual a

$$\dot{Q}_T = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4. \tag{15}$$

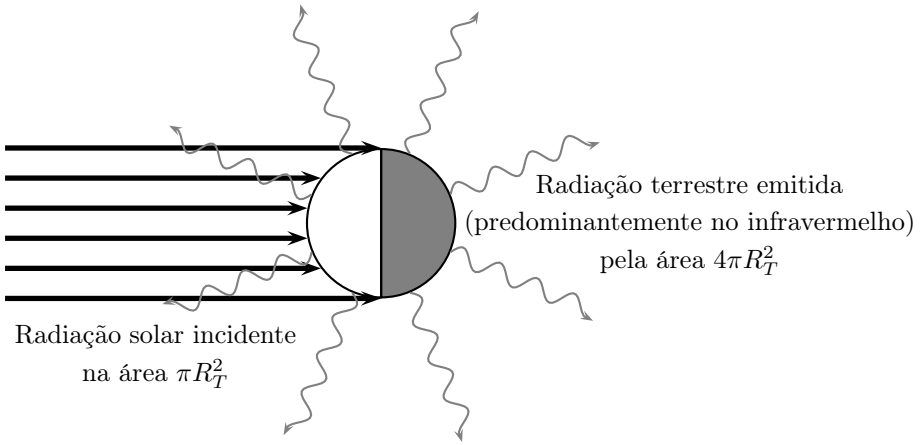

Figura 4: A radiação solar (de onda curta) não incide perpendicularmente sobre toda a superfície terrestre, e a superfície efetivamente iluminada tem área igual à seção transversal da Terra. Já a emissão de radiação de onda longa ocorre em toda a superfície.

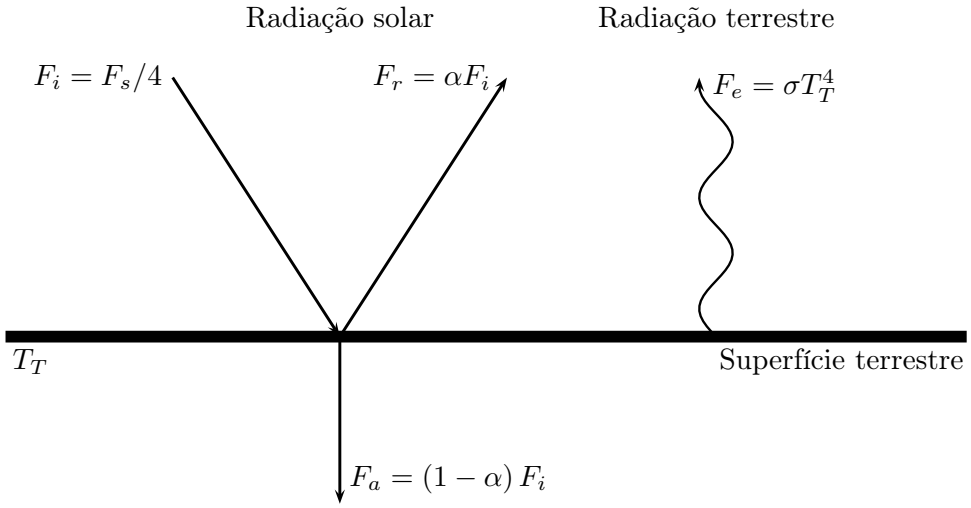

Figura 5: Balanço radiativo em uma Terra sem atmosfera.

Assim, a taxa F_e de emissão por unidade de área é igual a

$$F_e = \frac{\dot{Q}_T}{4\pi R_T^2} = \sigma T_T^4. \tag{16}$$

Da primeira lei da termodinâmica, sabe-se que $F_e = F_a$ (figura 5). Assim,

$$\sigma T_T^4 = \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} \quad \Rightarrow \quad T_T = \left[\frac{F_s\,(1-\alpha)}{4\sigma}\right]^{1/4} \approx -16\,^\circ\mathrm{C}. \tag{17}$$

Esta temperatura, apesar de parecer muito baixa, pode ser vista como a temperatura que a superfície terrestre teria se não houvesse atmosfera. Alternativamente, esta temperatura pode ser interpretada como a temperatura efetiva do sistema "Terra+Atmosfera" que seria percebida por um observador no espaço, já que o mesmo não percebe somente a radiação proveniente da superfície terrestre, mas também da atmosfera (mais fria).

2.3 Atmosfera opaca

Na realidade, a temperatura média da superfície terrestre é da ordem de $15\,^\circ\mathrm{C}$. A Terra, assim como um corpo negro a esta temperatura, emite radiação principalmente na faixa do infravermelho, enquanto que o Sol emite radiação de onda curta (figura 6). Os constituintes majoritários da atmosfera (N_2 e O_2) não são capazes de absorver a radiação infravermelha emitida pelo planeta. Entretanto, existem diversos constituintes presentes

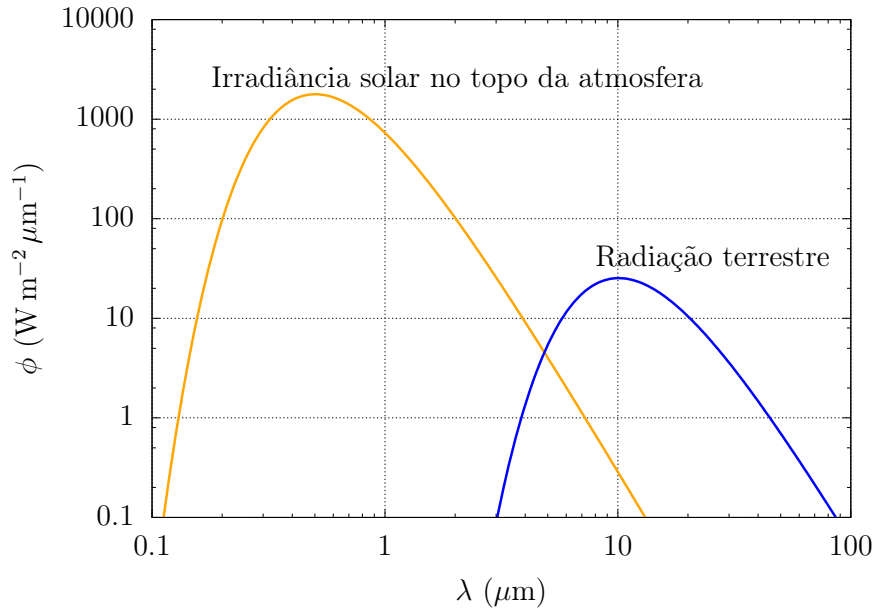

Figura 6: Espectro da irradiância solar que atinge a órbita terrestre (considerando o Sol como um corpo negro a 5778 K) e emitância de um corpo negro a 288 K (temperatura média da superfície da Terra) em um gráfico log–log.

a nível de traço que absorvem esta radiação, tais como o vapor d'água, o dióxido de carbono, o metano e o óxido nitroso.

Estes gases são conhecidos como *gases de efeito estufa*, já que a absorção da radiação infravermelha pelos mesmos faz com que a temperatura da atmosfera aumente e, consequentemente, que ela emita mais radiação, elevando a temperatura do planeta. Assim, para obter uma estimativa mais consistente da temperatura da superfície terrestre, deve-se realizar separadamente o balanço radiativo para a Terra e para a atmosfera.

Considera-se inicialmente que a atmosfera consiste em uma única camada de temperatura uniforme T_a, transparente à radiação solar (ainda que uma fração α seja refletida) e opaca à radiação terrestre (toda radiação terrestre é absorvida pela atmosfera), como apresentado na figura 7. Se ambas as superfícies superior e inferior da atmosfera emitem radiação com emissividade unitária, a taxa de emissão de energia a partir da atmosfera por unidade de área é igual a $2\sigma T_a^4$.

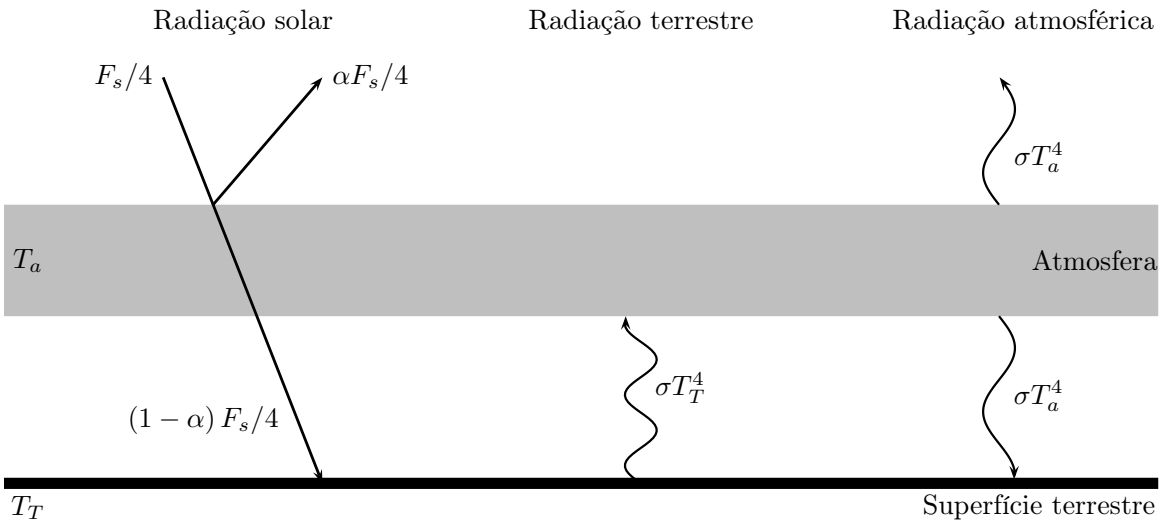

Figura 7: Balanço radiativo na superfície terrestre considerando uma atmosfera opaca.

Considerando que cada sistema encontra-se em equilíbrio estacionário, os balanços radiativos são:

$$\text{Atmosfera:} \qquad \sigma T_T^4 = 2\sigma T_a^4, \tag{18}$$

$$\text{Terra:} \qquad \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} + \sigma T_a^4 = \sigma T_T^4, \qquad + \tag{19}$$

$$\text{Terra + atmosfera:} \qquad \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} = \sigma T_a^4 \quad \Rightarrow \quad T_a = \left[\frac{F_s\,(1-\alpha)}{4\sigma}\right]^{1/4} \approx -16\,^\circ\text{C}. \tag{20}$$

E a temperatura média da superfície terrestre é

$$T_T = 2^{1/4} T_a = \left[\frac{F_s\,(1-\alpha)}{2\sigma}\right]^{1/4} \approx 32\,^\circ\text{C} > 15\,^\circ\text{C}. \tag{21}$$

2.4 Janelas atmosféricas

A hipótese de que a atmosfera é opaca à radiação terrestre fez com que a temperatura da superfície fosse superestimada. Na realidade, grande parte dos comprimentos de onda emitidos pelo planeta não são absorvidos pela atmosfera com eficiência unitária, já que os gases de efeito estufa que absorvem tais comprimentos de onda não estão presentes em concentrações suficientemente elvadas. As regiões do espectro com maior transmitância são conhecidas como *janelas atmosféricas*, sendo o intervalo entre $8\,\mu\text{m}$ e $13\,\mu\text{m}$ um exemplo importante disso (figura 8).

Considerando que a atmosfera absorve apenas uma fração f da radiação terrestre, sabe-se da lei de Kirchhoff que ela também emite radiação com emissividade f (figura 9). Assim, os balanços radiativos são:

$$\text{Atmosfera:} \qquad f\sigma T_T^4 = 2f\sigma T_a^4, \tag{22}$$

$$\text{Terra:} \qquad \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} + f\sigma T_a^4 = \sigma T_T^4, \qquad + \tag{23}$$

$$\text{Terra + atmosfera:} \qquad \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} = f\sigma T_a^4 + (1-f)\,\sigma T_T^4. \tag{24}$$

Para encontrar esta fração, isola-se f em (24) e substitui-se $T_a^4 = T_T^4/2$ da equação (22), de onde

$$f = \frac{1}{T_a^4 - T_T^4}\left[\frac{F_s\,(1-\alpha)}{4\sigma} - T_T^4\right], \tag{25}$$

$$f = 2\left[1 - \frac{F_s\,(1-\alpha)}{4\sigma T_T^4}\right]. \tag{26}$$

Para que a temperatura da superfície da Terra seja $T_T = 288\,\text{K}$, é preciso que $f \approx 0{,}74$. Nesta situação, encontra-se $T_a = -31\,^\circ\text{C}$, o que não é incoerente com a temperatura da atmosfera a uma altura de escala (algo próximo de $7\,\text{km}$).

Este modelo pode ser bastante melhorado considerando a atmosfera como um meio contínuo em que a absorção em um nível depende da concentração das espécies químicas no mesmo. Além disso, a radiação deve ser resolvida em bandas de comprimento de onda e deve-se incluir o transporte de calor por convecção.

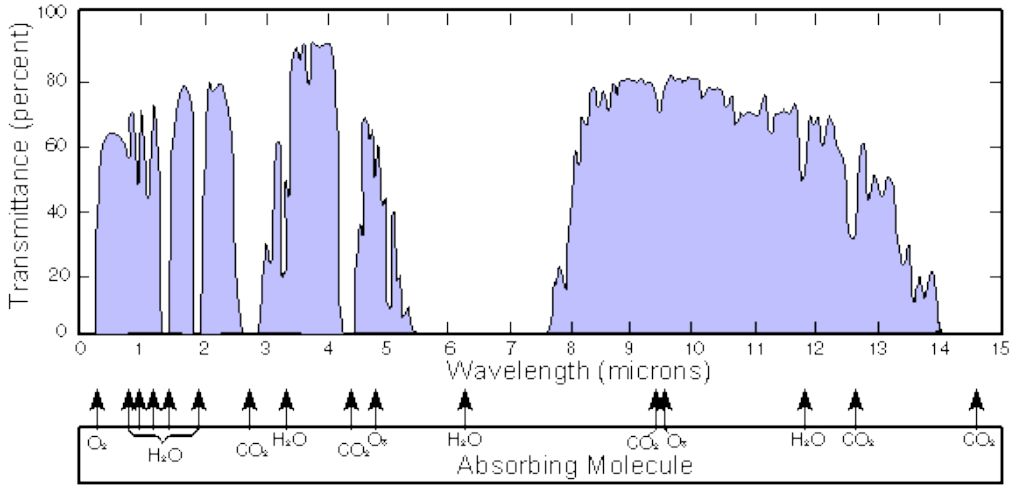

Figura 8: Porcentagem da radiação terrestre transmitida pela atmosfera e principais gases responsáveis pela redução da transparência da atmsofera.

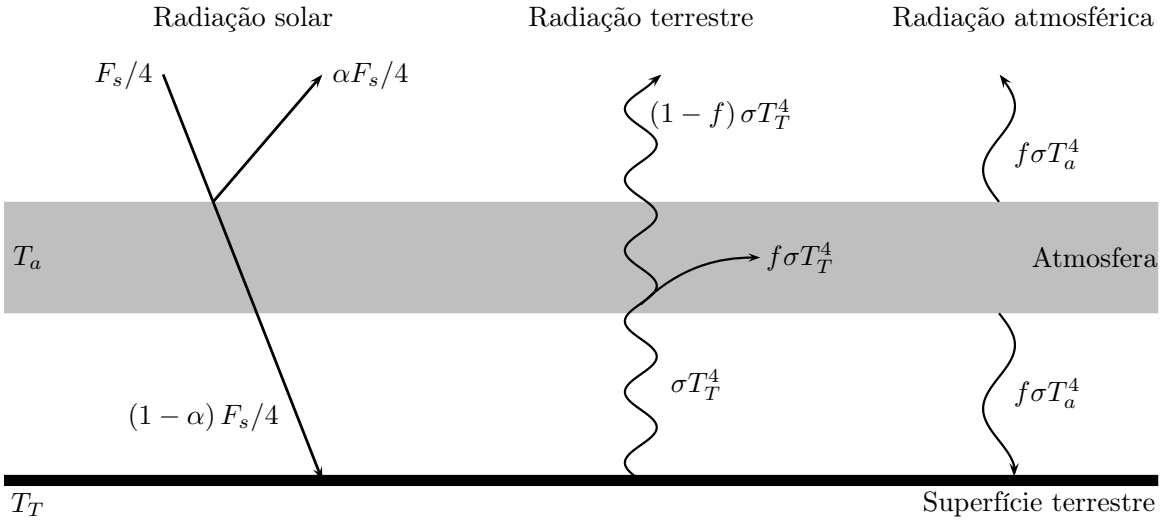

Figura 9: Balanço radiativo na superfície terrestre considerando uma atmosfera com absortividade e emissividade f no infravermelho.

Problemas

1 Uma barra de ferro de $2\,\mathrm{m}$ de comprimento e $50\,\mathrm{cm}$ de diâmetro tem sua extremidade esquerda colocada em contato com um reservatório térmico a $300\,^\circ\mathrm{C}$, enquanto sua extremidade direita é colocada em contato com um reservatório térmico a $100\,^\circ\mathrm{C}$. Após certo tempo, a distribuição da temperatura ao longo da barra é linear e não varia mais. Nesta situação, qual é a taxa de transferência de calor que atravessa a barra? A condutividade térmica do ferro é igual a $67\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$.

2 Um cubo de metal de aresta ℓ tem uma de suas faces colocada em contato com um reservatório térmico a $0\,\mathrm{K}$. A temperatura média inicial do cubo é T_0.

a) Partindo da aplicação da primeira lei da termodinâmica em termos de taxas para o cubo, e supondo que o calor específico do metal em questão é constante, mostre que

$$mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \dot{Q}.$$

b) Use a lei de Fourier para expressar a taxa de transferência de calor, e mostre que a equação diferencial que rege a temperatura média do cubo é

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{\kappa\ell}{mc}T = 0.$$

c) Resolva a equação diferencial e determine o tempo necessário para que a temperatura média do cubo atinja $0\,\mathrm{K}$.

3 Para pequenas variações de temperatura, pode-se adotar a equação de estado

$$\rho = \rho_0\left[1 - \beta\left(T - T_0\right)\right],$$

em que $T_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ é a temperatura de referência, ρ_0 é a densidade nesta temperatura, igual a $998\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ para a água, e β é o coeficiente de expansão térmica, igual a $2{,}07 \times 10^{-4}\,\mathrm{K^{-1}}$ para a água. Suponha que, no fundo de um reservatório a $20\,^\circ\mathrm{C}$, é colocada uma massa m de poliestireno, de densidade igual a $920\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, e uma mesma massa m de água a $40\,^\circ\mathrm{C}$. Se esta porção de água não troca matéria nem energia com o ambiente, ela chega na superfície do reservatório antes ou depois do poliestireno?

4 A temperatura do ar sobre a superfície de um estacionamento pavimentado é ligeiramente superior àquela do ar ao redor. Se esta diferença de temperatura é igual a $1\,^\circ\mathrm{C}$ e a temperatura do ambiente é igual a $300\,\mathrm{K}$, qual é a aceleração do ar sobre o estacionamento?

5 Partindo da lei de Planck, mostre que o comprimento de onda λ_{max} no qual a emitância de um corpo negro à temperatura T é máxima pode ser obtido da equação transcendental

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{5k_B}\frac{1}{T}\frac{\exp\left(\frac{hc}{k_B T\lambda_{max}}\right)}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T\lambda_{max}}\right) - 1}.$$

Arbitre valores típicos e mostre que a lei de Wien fornece uma boa aproximação para λ_{max}.

6 Alguns fogões possuem, no lugar de chamas alimentadas a gás, placas aquecidas eletricamente por meio de um resistor. Suponha que você cozinha seu jantar e esquece de desligar o fogão, e uma placa permanece ligada durante toda a madrugada. No dia seguinte, você vai à cozinha e nota que lá o ar está mais quente do que no restante da casa e que a placa está vermelha. Estime a temperatura da placa.

7 Considere um objeto à temperatura uniforme T cuja superfície tem área A e emissividade ε. Se o ambiente comporta-se como um corpo negro à temperatura T_0, mostre que a taxa de perda de calor líquida do objeto por radiação é

$$\dot{Q} = \varepsilon\sigma A\left(T^4 - T_0^4\right).$$

Se a diferença de temperatura entre o objeto e o ambiente é pequena, mostre que esta taxa pode ser aproximada por

$$\dot{Q} \approx 4\varepsilon\sigma A T_0^3 \Delta T,$$

em que $\Delta T = T - T_0$.

8 Vênus está a aproximadamente $1{,}1 \times 10^8\,\mathrm{km}$ do Sol, e seu albedo é algo em torno de $75\,\%$. Devido a um forte efeito estufa, a temperatura da sua superfície é próxima de $700\,\mathrm{K}$. Qual seria esta temperatura se Vênus não possuísse uma atmosfera?

9 Considere que perturba-se o sistema "Terra+Atmosfera" adicionando-se uma massa Δm de gases de efeito estufa na atmosfera, de tal forma que esta passa a absorver uma fração $f + \Delta f$ da radiação terrestre, a radiação que deixa o sistema "Terra+Atmosfera" diminui em ΔF (esta quantidade é conhecida como *forçagem radiativa*) e a temperatura da superfície terrestre aumenta em $\Delta T_T = \lambda \Delta F$. Deseja-se estimar o valor de λ, quantidade conhecida como *parâmetro de sensibilidade climática*.

a) Considere, em um primeiro momento, que a temperatura da Terra após a perturbação permanece igual a T_T. Escreva uma expressão para o fluxo radiativo que deixa o sistema "Terra+Atmosfera" antes e depois da perturbação. Mostre que, após a perturbação, o mesmo diminui em

$$\Delta F = \frac{\Delta f}{2} \sigma T_T^4.$$

b) Realize o balanço radiativo na superfície terrestre após a perturbação, considerando a temperatura da Terra igual a $T_T + \Delta T_T$. Suponha que ΔT_T é suficientemente pequeno, de forma que os termos de ordem ΔT_T^2 podem ser desprezados, para encontrar

$$\frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} = \left(1 - \frac{f + \Delta f}{2}\right) \sigma \left(T_T^4 + 4 T_T^3 \Delta T_T\right).$$

c) Mostre que, para uma atmosfera não perturbada, o balanço radiativo leva a

$$\frac{F_s\,(1-\alpha)}{4} = \left(1 - \frac{f}{2}\right) \sigma T_T^4.$$

Iguale este resultado àquele do item b) para encontrar uma relação entre ΔT_T e Δf.

d) Usando os resultados dos itens a) e c), encontre uma expressão para λ.

e) Se $f = 0{,}74$ e a temperatura da superfície terrestre antes da perturbação é $288\,\mathrm{K}$, qual o valor de λ?

f) Se a forçagem radiativa causada pelo aumento da quantidade de gases de efeito estufa na atmosfera desde 1750 (época pré-industrial) é igual a $2{,}5\,\mathrm{W\,m^{-2}}$, estime o aumento da temperatura da superfície da Terra desde então, e compare com o valor realmente observado de $0{,}6\,^\circ\mathrm{C}$.

10 Rochas sedimentares mostram que água líquida era presente na Terra há $3{,}8$ bilhões de anos. Os modelos que descrevem a evolução do Sol indicam que a radiação solar era, na época, $25\,\%$ inferior ao seu valor atual. Com o objetivo de estimar a temperatura da superfície terrestre na época, suponha inicialmente que a atmosfera pode ser representada por uma camada isotérmica, transparente à radiação solar e absorvendo uma fração f da radiação terrestre. Suponha também que o albedo possuía o mesmo valor que atualmente.

a) Qual era a temperatura terrestre na época se o efeito estufa era tão intenso quanto atualmente? Este resultado é coerente com a presença de água líquida no planeta?

b) Suponha que a intensidade mais fraca da radiação solar era compensada por um efeito estufa mais intenso que o atual. Admitindo uma atmosfera opaca à radiação terrestre, qual teria sido a temperatura da superfície?

c) É possível melhorar este modelo representando a atmosfera por duas camadas sobrepostas, ambas transparentes à radiação solar e cada uma absorvendo $100\,\%$ da radiação terrestre e/ou atmosférica que sobre ela incide. Qual a temperatura da superfície obtida com este novo modelo?

d) Uma hipótese para explicar a intensidade do efeito estufa na época é a emissão massiva de CO_2 por uma potente atividade vulcânica. Imagine uma Terra coberta de gelo. Por que o CO_2 se acumularia na atmosfera até provocar o degelo da superfície?

Respostas

1. $1{,}3\,\mathrm{kW}$ **2c.** ∞ **3.** Depois **4.** $33\,\mathrm{mm\,s^{-2}}$ **6.** $4000\,\mathrm{K}$ **8.** $230\,\mathrm{K}$ **9e.** $0{,}3\,\mathrm{K\,m^2\,W^{-1}}$ **9f.** $0{,}8\,^\circ\mathrm{C}$ **10a.** $-5\,^\circ\mathrm{C}$ **10b.** $11\,^\circ\mathrm{C}$ **10c.** $41\,^\circ\mathrm{C}$

Leituras recomendadas

[1] R. B. Bird, W. E. Stewart, e E. N. Lightfoot. *Fenômenos de Transporte*. John Wiley and Sons, 2ª edição, 2004. Capítulos 9 e 16.

[2] C. Borgnakke e R. E. Sonntag. *Fundamentos da Termodinâmica*. John Wiley and Sons, 7ª edição, 2009. Capítulo 4.

[3] A. M. Grimm. *Meteorologia Básica — Notas de Aula*. Capítulos 2 e 3. Disponível em: http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/.

[4] D. J. Jacob. *Introduction to Atmospheric Chemistry*. Princeton University Press, 1999. Capítulo 7. Disponível em: http://acmg.seas.harvard.edu/people/faculty/djj/book/.

[5] R. Stull. *Practical Meteorology: An Algebra-based Survey of Atmospheric Science*. University of British Columbia, 2017. Capítulos 2 e 21. Disponível em: https://www.eoas.ubc.ca/books/Practical_Meteorology/.

[6] P. A. Tipler e G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*. W. H. Freeman and Company, 6ª edição, 2009. Capítulo 20.