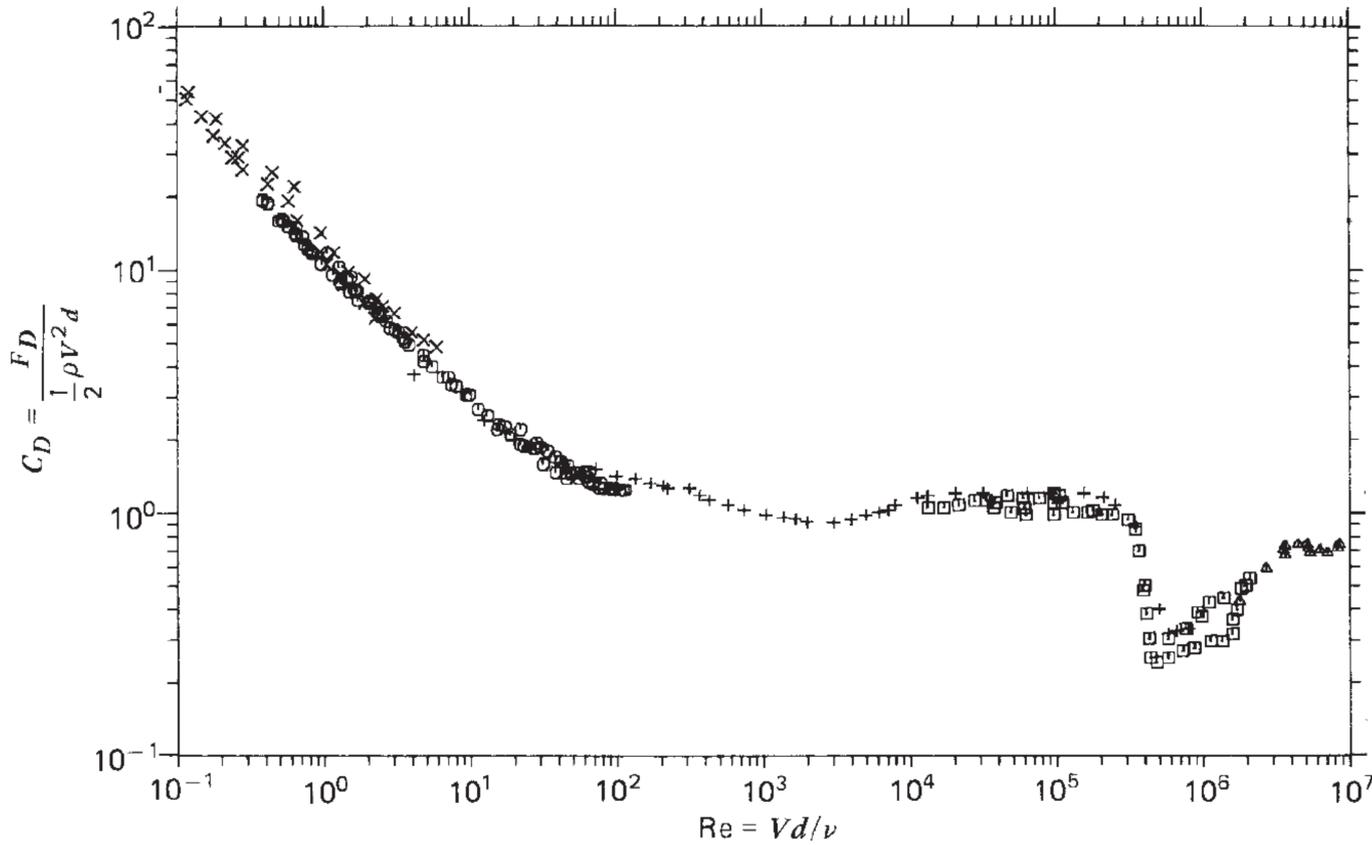


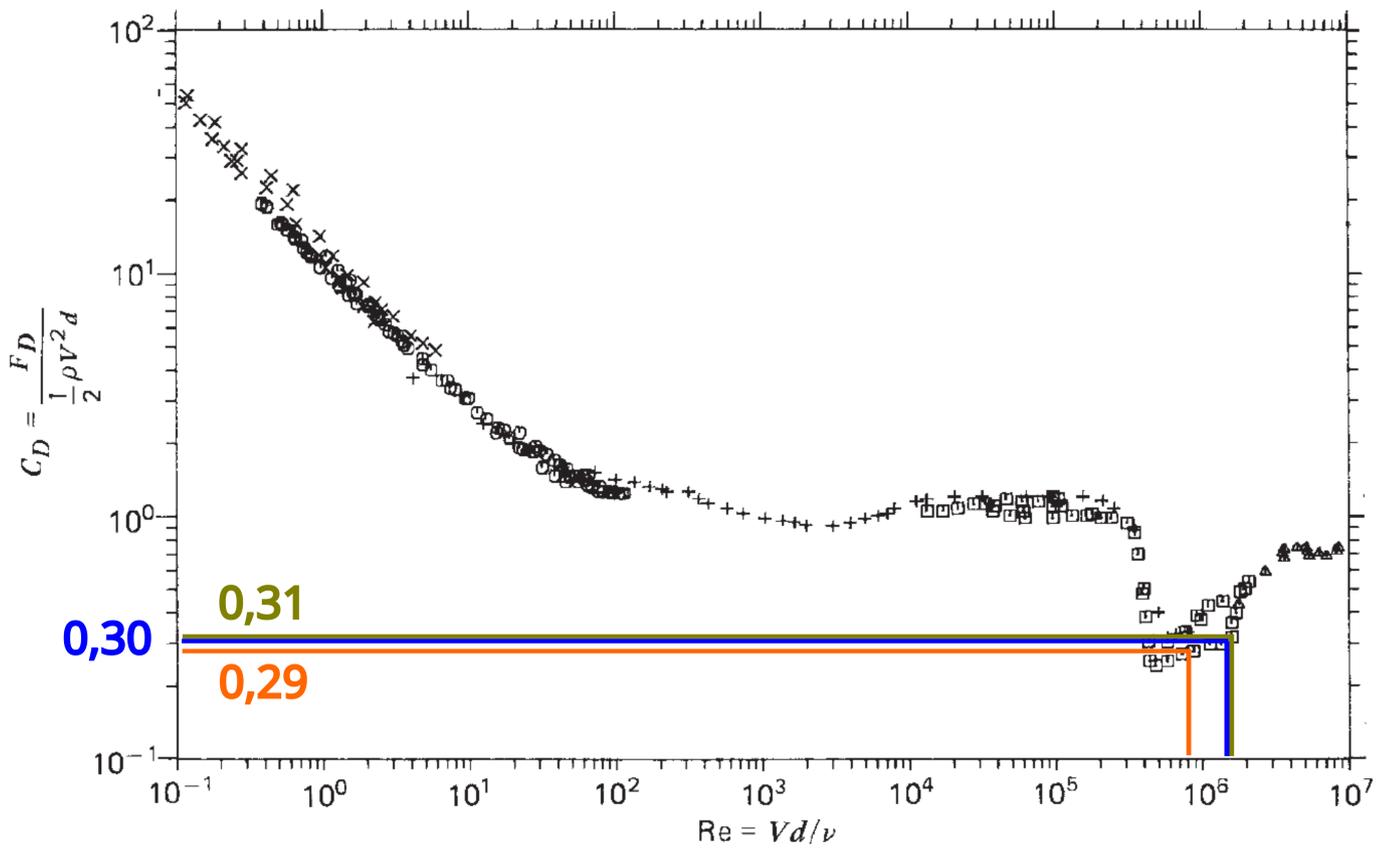
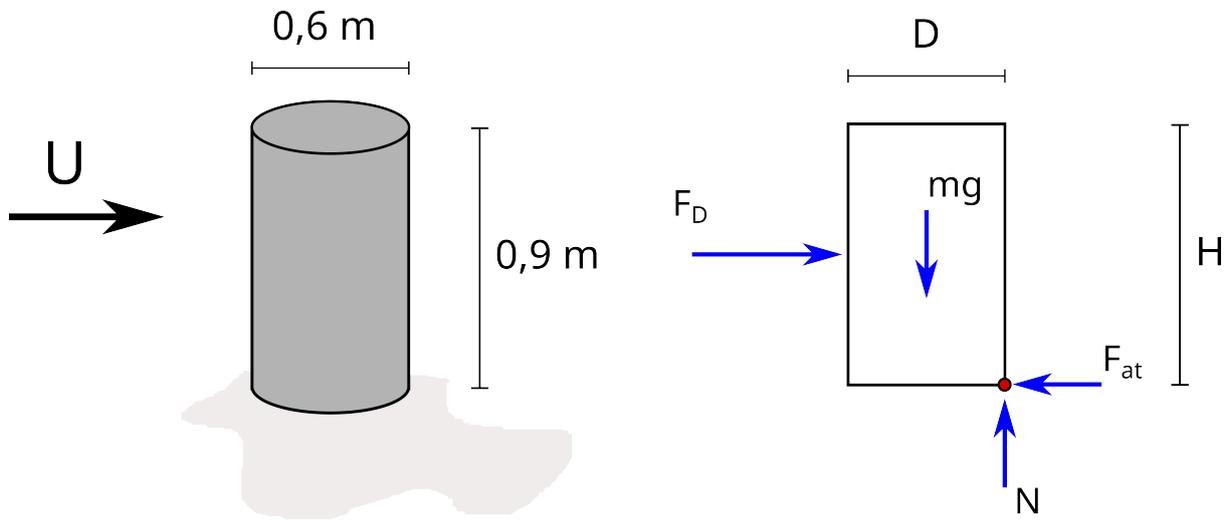
Assinatura: _____

ATENÇÃO: A interpretação das questões faz parte da prova. A prova é sem consulta e individual. A prova pode ser resolvida a lápis. É de responsabilidade do aluno que a resolução esteja organizada, clara e legível para a correção do professor. Durante a resolução apresente todas as hipóteses que julgar necessárias. Cada questão possui um valor, portanto, não dedique um tempo desproporcional na resolução de cada questão.

1 [35] Um tambor vazio em formato cilíndrico está em um pátio aberto e um Engenheiro de Segurança do Trabalho questionou o risco de tombamento pela ação do vento. Estime a velocidade do vento necessária para o tombamento. O diâmetro é 0.60 m, a altura do cilindro é de 0.90 m e o peso do tambor de 20 kg. Considere ar a 20°C com $\rho_{ar} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ e $\nu_{ar} = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Considere o cilindro como liso e os resultados experimentais de C_D que incluem dados para valores elevados de Re de cilindros lisos.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Na condição de tombamento, o balanço de momento fornece:



$$\begin{aligned}
 -mg \frac{D}{2} + F_D \frac{H}{2} &= 0 \\
 -mg \frac{D}{2} + C_D \frac{1}{2} \rho_{ar} U^2 H D \frac{H}{2} &= 0 \\
 U &= \sqrt{\frac{2mg}{C_D \rho_{ar} H^2}} \\
 U &= 20.092379 \sqrt{\frac{1}{C_D}}
 \end{aligned}$$

Mas nesta equação $C_D(Re)$ e Re por sua vez também é função de U . Neste caso, temos um problema iterativo.

Continue a solução no verso \Rightarrow

$$Re = \frac{UD}{\nu_{ar}}$$

$$Re = \frac{U0.5}{1.51 \times 10^{-5}}$$

$$Re = 3.973506 \times 10^4 U$$

A tabela apresenta as iterações tomando como aproximação inicial $C_D = 1.0$

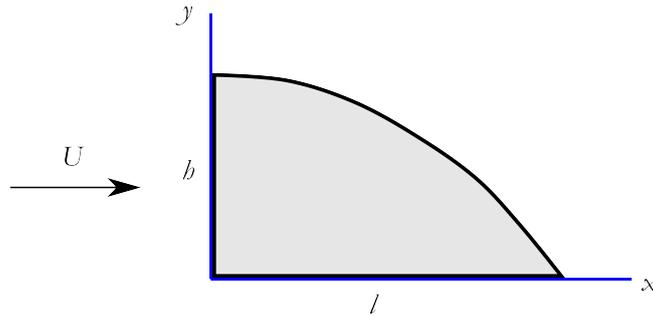
Tabela 1: Iterações para determinação de U

i	C_D	U	Re	C_D novo
1	1	20.092	7.98×10^6	0.29
2	0.29	37.311	1.48×10^6	0.30
3	0.30	36.683	1.46×10^6	0.31
4	0.31	36.087	1.43×10^6	0.31

A velocidade do escoamento é de aproximadamente $U \approx 36$ m/s o que é bastante elevado.

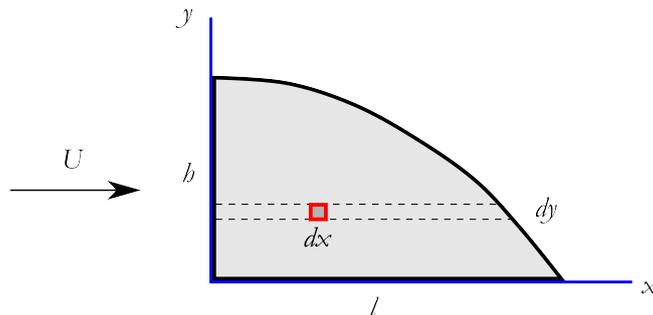
2 [35] Uma placa plana em formato de parábola está imersa em um escoamento com velocidade uniforme U , orientado conforme a figura. Determine o coeficiente de arrasto C_D da placa parabólica considerando que a camada limite que se desenvolve seja totalmente laminar. Considere as equações:

$$\begin{aligned} \tau &= c_f \frac{1}{2} \rho U^2 & F_D &= C_D \frac{1}{2} \rho U^2 A \\ c_f &= \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} & C_D &= \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}} \text{ (placarectangular)} \\ Re_x &= \frac{Ux}{\nu} & Re_L &= \frac{UL}{\nu} \end{aligned}$$



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Descrevemos elemento diferencial de área para cada placa conforme a Figura.



Para a placa parabólica $y(x) = h - \frac{h}{l^2}x^2 = h \left(1 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right)$ a força de arraste em uma face da placa é:

$$dF_D = \tau dA$$

$$F_D = \int \tau dA$$

$$F_D = \int_0^l \int_0^{y(x)} c_f \frac{1}{2} \rho U^2 dy dx = \int_0^l \int_0^{y(x)} \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \frac{1}{2} \rho U^2 dy dz = \int_0^l \int_0^{y(x)} \frac{0.664}{\sqrt{\frac{Ux}{\nu}}} \frac{1}{2} \rho U^2 dy dx =$$

$$F_D = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} \int_0^l \int_0^{y(x)} x^{-1/2} dx dy$$

$$F_D = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} \int_0^l x^{-1/2} y(x) dx = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} \int_0^l x^{-1/2} h \left(1 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right) dx$$

$$F_D = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} \int_0^l h \left(x^{-1/2} - \frac{x^{3/2}}{l^2} \right) dx$$

$$F_D = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} h \left(2x^{1/2} - \frac{2}{5} \frac{x^{5/2}}{l^2} \right) \Big|_0^l$$

$$F_D = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} \frac{8}{5} h l^{1/2}$$

A área da parábola é $A = \frac{2}{3} hl$.

Como $F_D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 A = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{2}{3} hl$:

$$C_D \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{2}{3} hl = \frac{0.664}{2} \rho U^2 \nu^{1/2} U^{-1/2} \frac{8}{5} h l^{1/2}$$

$$C_D = \frac{12}{5} \frac{0.664 \nu^{1/2} U^{-1/2} l^{-1/2}}{\rho U^2} = \frac{12}{5} \frac{0.664}{\sqrt{\frac{U l}{\nu}}}$$

Reconhecemos $Re_L = \frac{U l}{\nu}$, de modo que

$$C_D = \frac{12 \cdot 0.664}{5 \sqrt{Re_L}}$$

3 [30] O pólen é um aerossol natural e um potencial problema da sua dispersão são as reações alérgicas em humanos. A dispersão do pólen depende da velocidade de sedimentação que é pequena pelas seu pequeno peso e dimensões. Você deve ter lido o artigo Hirose et al. (2016) que avaliaram experimentalmente a velocidade de queda (velocidade terminal) de grãos secos de pólen de diferentes espécies. Aplique a Lei de Stokes para determinar a velocidade de sedimentação destas partículas e compare com os dados experimentais. Qual informação é a correta e porque? Qual hipótese foi considerada na aplicação da Lei de Stokes para os grãos de pólen? Considere ar a 20°C com $\rho_{ar} = 1.2047 \text{ kg/m}^3$ e $\mu_{ar} = 1.8205 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$.

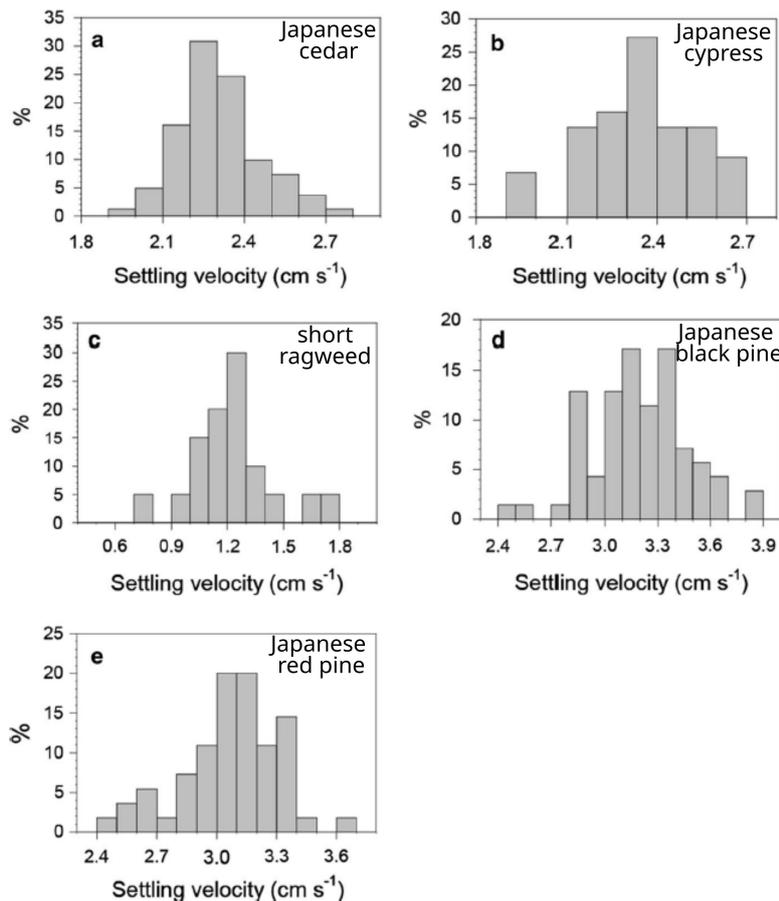
$$F_D = 3\pi\mu DU$$

Tabela 2: Dados do artigo Hirose et al. (2016)

<i>i</i>	Nome	$d_{pA} \mu\text{m}$	$\rho \text{ g/cm}^3$
a	Japanese cedar	28.4 ± 2.0	1.06 ± 0.08
b	Japanese cypress(<i>Chamaecyparis obtusa</i>)	27.6 ± 1.9	0.82 ± 0.04
c	Short ragweed	21.3 ± 1.3	0.71 ± 0.09
d	Japanese black pine (<i>Pinus thunbergii</i>)	45.7 ± 2.2	0.55 ± 0.03
e	Japanese red pine (<i>Pinus taeda</i>)	43.9 ± 2.6	0.54 ± 0.04

$$d_{pA} = 2\sqrt{\frac{A_p}{\pi}}$$

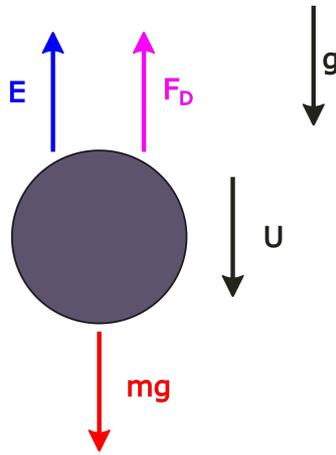
em que d_{pA} representa o diâmetro equivalente de uma circunferência com a mesma área de projeção da partícula, A_p .



HIROSE, Yuuki; OSADA, Kazuo. Terminal settling velocity and physical properties of pollen grains in still air. *Aerobiologia*, v. 32, p. 385-394, 2016.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso ⇒



Aplicando o balanço de forças na vertical podemos determinar a velocidade terminal U com $C_D = \frac{24}{Re}$.

$$\begin{aligned}
 -mg + F_D + E &= 0 \\
 -\rho_p \frac{\pi D^3}{6} g + C_D \frac{1}{2} \rho_{ar} U^2 A + \rho_{ar} V g &= 0 \\
 -\rho_p \frac{\pi D^3}{6} g + 24 \frac{\mu_{ar}}{\rho_{ar} U D} \frac{1}{2} \rho_{ar} U^2 \frac{\pi D^2}{4} + \rho_{ar} V g &= 0 \\
 U &= \frac{g D^2 (\rho_p - \rho_{ar})}{18 \mu_{ar}}
 \end{aligned}$$

Calculando para cada um dos tipos de pólen temos:

Tabela 3: Cálculo da velocidade terminal

i	Nome	$d_{PA} \mu\text{m}$	$\rho \text{ g/cm}^3$	Re	$U \text{ cm/s}$
a	Japanese cedar	28.4 ± 2.0	1.06 ± 0.08	0.0480	2.557
b	Japanese cypress (Chamaecyparis obtusa)	27.6 ± 1.9	0.82 ± 0.04	0.0341	1.867
c	Short ragweed	21.3 ± 1.3	0.71 ± 0.09	0.0136	0.963
d	Japanese black pine (Pinus thunbergii)	45.7 ± 2.2	0.55 ± 0.03	0.1038	3.431
e	Japanese red pine (Pinus taeda)	43.9 ± 2.6	0.54 ± 0.04	0.0903	3.109

Consideramos a partícula como esférica com um diâmetro equivalente dado por $d_{PA} = 2\sqrt{\frac{A_p}{\pi}}$, em que d_{PA} representa o diâmetro equivalente de uma circunferência com a mesma área de projeção da partícula, A_p . Os resultados experimentais revelam que a velocidade de sedimentação varia com o formato irregular e diferenças entre as dimensões dos grãos de pólen. Podemos comparar o resultado teórico com a d_{PA} médio com a distribuição dos resultados experimentais como uma aproximação ao comportamento do grãos de pólen. Naturalmente, os resultados experimentais também possuem suas incertezas decorrentes das medições das propriedades avaliadas.

