UFPR - TEA008 - Mecânica dos Sólidos II - 2025-1 **Avaliação 1**

28 de abril de 2025 – Prof. Maurício Gobbi – Aluno:

$$v = \dot{s} = ds/dt;\ a = \dot{v} = dv/dt = \ddot{s} = d^2s/dt^2.\ v_t = \dot{s} = \rho\dot{\beta};\ \ v_n = 0;\ a_t = \dot{v} = \rho\ddot{\beta} + \dot{\rho}\dot{\beta};\ a_n = \frac{v^2}{\rho} = \rho\dot{\beta}^2.$$

$$v_r = \dot{r};\ v_\theta = r\dot{\theta};\ v_z = \dot{z};\ a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2;\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta};\ a_z = \ddot{z};\ v_R = \dot{R};\ v_\theta = R\dot{\theta}\cos\phi;\ v_\phi = R\dot{\phi};\ \omega = \dot{\theta};\ \alpha = \dot{\omega};\ \omega d\omega = \alpha d\theta$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r};\ \mathbf{a}_n = \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r});\ \mathbf{a}_t = \boldsymbol{\alpha}\times\mathbf{r}\ \mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{A|B} = \mathbf{v}_B + (\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}) + \mathbf{v}_{\text{rel}};\ \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{A|B} = \dot{\boldsymbol{\omega}}\times\mathbf{r} + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{\text{rel}} + \mathbf{a}_{\text{rel}};$$

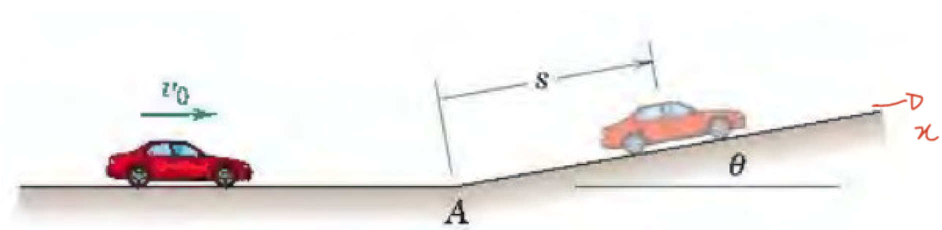
$$\mathbf{G} = \sum m_i\mathbf{v}_i\ ;\sum\mathbf{F} = \sum m_i\mathbf{a}_i = \frac{d\mathbf{G}}{dt};\ \sum M_G = \dot{H}_G = \bar{I}\alpha;\ \sum M_P = \bar{I}\alpha + m\bar{a}d;$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2\ ;\ T_1 + V_1 + U'_{1-2} = T_2 + V_2\ ;\ T = \sum\frac{1}{2}m_i\|\mathbf{v}_i\|^2\ ;\ U_{1-2} = \int_1^2 \mathbf{v}\cdot d\mathbf{s}\ ;\ V = \frac{1}{2}kx^2\ ;\ V = mgh$$

Momento de inércia de uma barra: $\bar{I} = \frac{mL^2}{12}$

---

1 [30] O carro tem velocidade de 100 km/h na porção horizontal da estrada, quando encontra uma subida com inclinação de 6%. Se o carro não frear nem acelerar, determine:
(a) [10] a velocidade do carro 10 segundos após passar pelo ponto A;
(b) [10] a velocidade do carro após subir 100 metros da rampa.
(c) [10] o tempo total para o carro parar após passar pelo ponto A;
(use $g = 9{,}8$ m/s^2)



(a) Aceleração em A:

$a = (-9{,}8)\,\text{sen}(\theta)$

$\theta = \text{atan}(0{,}06) = 3{,}43°$

$\Rightarrow a = -0{,}59\ \text{m/s}^2$

$v_A = 27{,}8$ m/s

$v_{10s} = v_0 + at$

$v_{10s} = 27{,}8 - (0{,}59)(10)$

$\boxed{v_{10s} = 21{,}9\ \text{m/s}}$ //

(b) $v_{100m}^2 - v_A^2 = 2a\Delta s \Rightarrow v_{100m} = \left[(27{,}8)^2 + (2)(-0{,}59)(100)\right]^{1/2}$

$\boxed{v_{100m} \approx 25{,}6\ \text{m/s} = 92\ \text{km/h}}$

(c) $v_{stop} = v_A + at \Rightarrow 0 = 27{,}8 - 0{,}59\,t_{stop}$

$\boxed{t_{stop} = 47\ \text{segundos}}$

2 [30] O carro tem módulo da velocidade constante entre a depressão A e o pico B. Sabe-se que o raio de curvatura em A é 120 m e a aceleração em A é 40% da da gravidade.

(a) [15] Determine a velocidade do carro.

(b) [15] Se quisermos limitar a aceleração no ponto B em 25% da gravidade, determine, em metros, o raio de curvatura limite para o ponto B.

(a) Em A, $a_A = a_n = \frac{v^2}{\rho}$

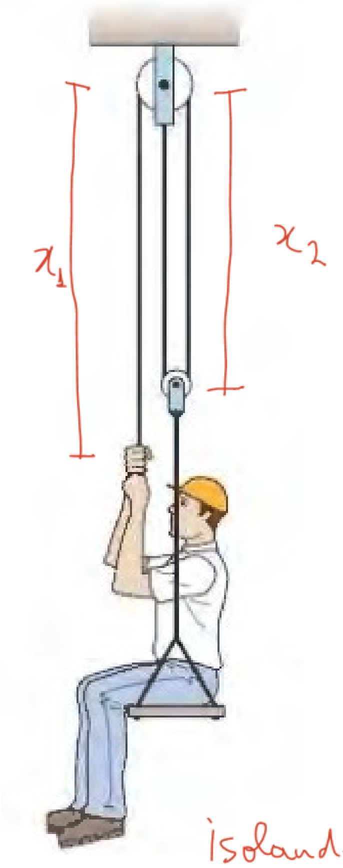
$(0{,}4)(9{,}8) = \frac{v^2}{119{,}4} \Rightarrow v = 21{,}6\ m/s$

$\Rightarrow v = 78\ km/h$

(b) $(0{,}25)(9{,}8) = \frac{21{,}7^2}{\rho_{Blim}} \Rightarrow \rho_{Blim} = 192\ m$

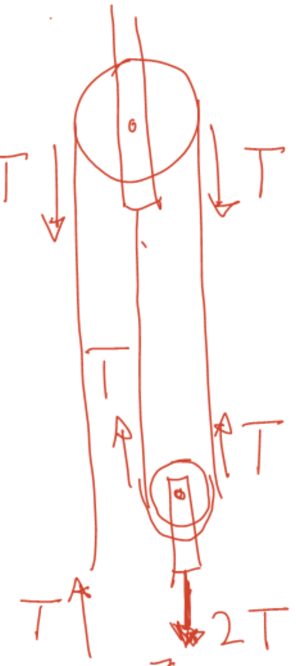
$\Rightarrow \rho = 192 - 0{,}6 \Rightarrow 191{,}4\ m$

3 [30] O homem de 80 kg exerce por um breve intervalo de tempo uma força na corda de 250 N. Determine a aceleração do homem durante esse tempo. Despreze as massas das polias, da corda e da cadeira. (use $g = 9{,}8$ m/s^2.)



$$x_1 + 2x_2 = L = cte$$

$$\ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2 = 0$$



$N = 2T$

tensões nos cabos são transmitidas!!

isolando o homem:

$$\Sigma F = ma$$

$$T + N - mg = ma \Rightarrow \underbrace{T+2T}_{3T} = m(a+g)$$

$$3(250) = 80(a+9{,}8)$$

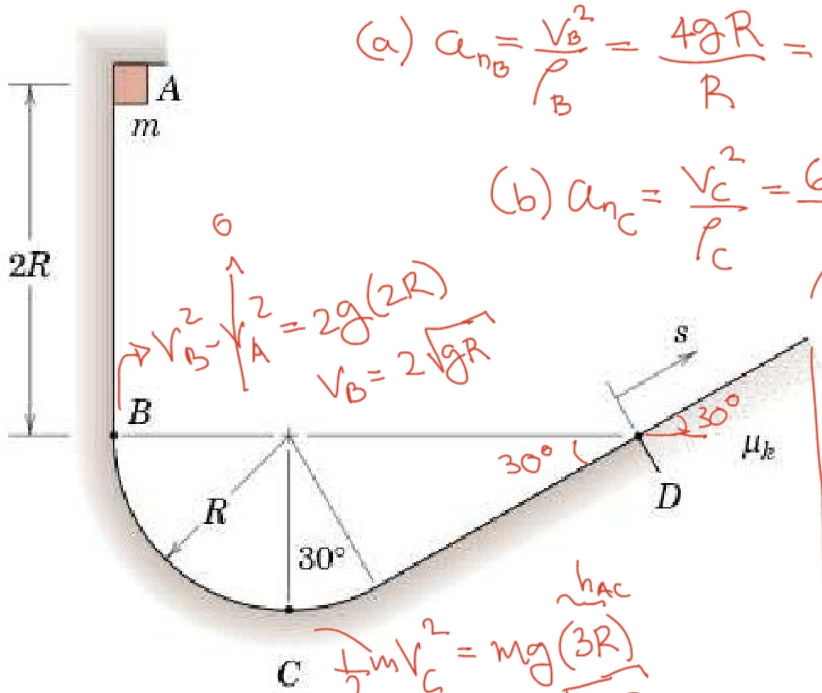
$$\Rightarrow \boxed{a = -0{,}425 \text{ m/s}^2}$$

4 [30] A massa m é solta do repouso em A; escorrega sem atrito até D, e entra na zona rugosa (atrito de μ_k) a partir de D. Em termos da gravidade g, de m, de R e de μ_k, determine:

(a) [10] a força normal imediatamente *após* a passagem pelo ponto B;

(b) [10] a força normal na passagem pelo ponto C;

(c) [10] a distância s percorrida a partir de D até a parada completa na rampa.



(a) $a_{n_B} = \frac{v_B^2}{\rho_B} = \frac{4gR}{R} = 4g \Rightarrow F_{n_B} = m a_{n_B} = \boxed{4mg}$

(b) $a_{n_C} = \frac{v_C^2}{\rho_C} = \frac{6g\cancel{R}}{\cancel{R}} \Rightarrow F_{n_C} = mg + m a_{n_C} = \boxed{7mg}$

$v_B^2 - \cancel{v_A^2} = 2g(2R)$

$v_B = 2\sqrt{gR}$

$\frac{1}{2} m v_C^2 = mg\underbrace{(3R)}_{h_{AC}}$

$v_C = \sqrt{6gR}$

(c) $\sum F = m a_D$ (Peso - atrito)

$-mg\,\mathrm{sen}30° - \mu_k mg\cos 30° = m a_D$

$a_D = -\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) g$

$\cancel{v_{stop}^2} - v_D^2 = 2 a_D \Delta s$

$-4gR = -(1+\sqrt{3}) g \Delta s$

$\boxed{\Rightarrow \Delta s = \frac{4R}{1+\sqrt{3}}}$