

$$v = \dot{s} = ds/dt; a = \dot{v} = dv/dt = \ddot{s} = d^2s/dt^2. v_t = \dot{s} = \rho\dot{\beta}; v_n = 0; a_t = \dot{v} = \rho\ddot{\beta} + \dot{\rho}\dot{\beta}; a_n = \frac{v^2}{\rho} = \rho\dot{\beta}^2.$$

$$v_r = \dot{r}; v_\theta = r\dot{\theta}; v_z = \dot{z}; a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2; a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}; a_z = \ddot{z}; v_R = \dot{R}; v_\theta = R\dot{\theta}\cos\phi; v_\phi = R\dot{\phi}; \omega = \dot{\theta}; \alpha = \dot{\omega}; \omega d\omega = \alpha d\theta$$

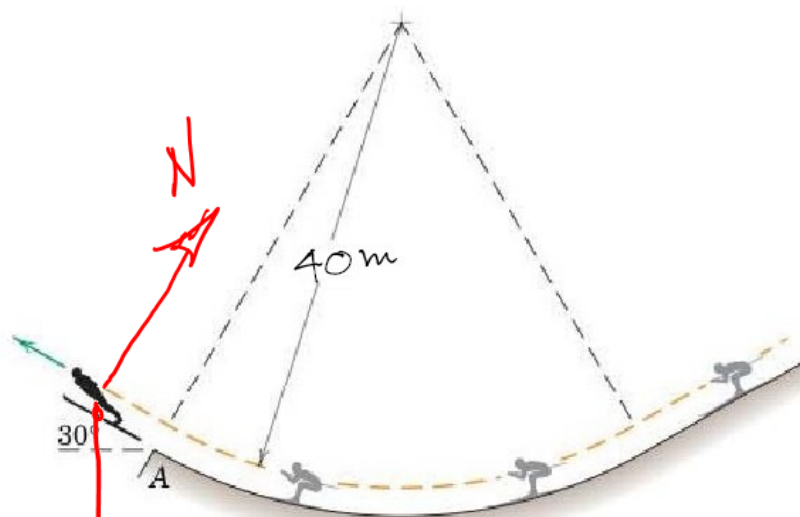
$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}; \mathbf{a}_n = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}); \mathbf{a}_t = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} \quad \mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{A|B} = \mathbf{v}_B + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \mathbf{v}_{rel}; \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{A|B} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \mathbf{a}_{rel};$$

$$\mathbf{G} = \sum m_i \mathbf{v}_i; \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{G}}; \mathbf{H}_O = \sum \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i; \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O; \mathbf{H}_G = \sum \boldsymbol{\rho}_i \times m_i \dot{\boldsymbol{\rho}}_i; \sum \mathbf{M}_G = \dot{\mathbf{H}}_G;$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2; T_1 + V_1 + U'_{1-2} = T_2 + V_2; T = \sum \frac{1}{2} m_i \|\mathbf{v}_i\|^2; U_{1-2} = \int_1^2 \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}; V = \frac{1}{2} kx^2; V = mgh$$

$$\sum \mathbf{F} = \dot{m} \Delta \mathbf{v}, \quad \sum F = m\dot{v} + \dot{m}u$$

1 [25] Um saltador de ski de 80 kg atinge velocidade de 35 m/s no ponto de decolagem A que é inclinado de 30°. Sabendo que o raio de curvatura da rampa é 40 m, determine a força que a neve faz nos seus skis no momento que ele atinge o ponto A.

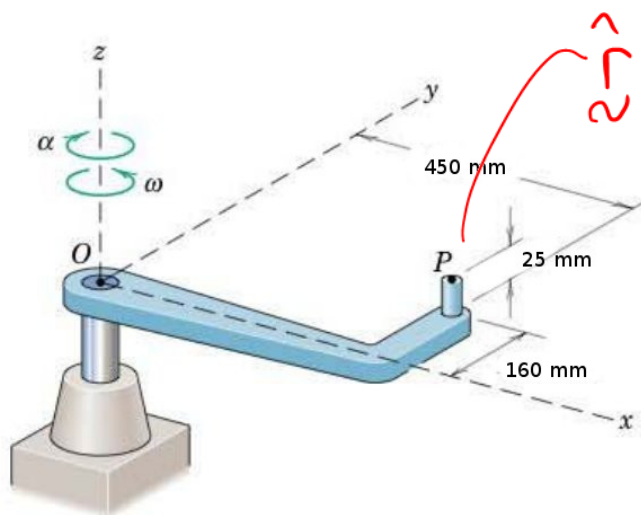


$$N - mg \cos 30^\circ = m \frac{v^2}{\rho}$$

$$N = (80)(9.81) \frac{\sqrt{3}}{2} + (80) \frac{(35)^2}{40}$$

$$N = 3029 \text{ N}$$

2 [25] A barra mostrada (todos os ângulos são retos) gira em torno de z com aceleração angular $\alpha = 4 \text{ rad/s}^2$. Determine a velocidade e a aceleração do ponto P quando a velocidade angular atinge $\omega = 2,5 \text{ rad/s}$.



$$\dot{\omega} = -4 \hat{k} \quad ; \quad \omega = 2,5 \hat{k} \quad ;$$

$$\vec{v}_P = \omega \times \vec{r}_P = 2,5 \hat{k} \times (0,45 \hat{i} + 0,16 \hat{j} + 0,025 \hat{k})$$

$$\vec{v}_P = -0,4 \hat{i} + 1,125 \hat{j} //$$

$$\vec{a}_P = \dot{\omega} \times \vec{r}_P + \omega \times (\omega \times \vec{r}_P)$$

$$= -4 \hat{k} \times (0,45 \hat{i} + 0,16 \hat{j} + 0,025 \hat{k})$$

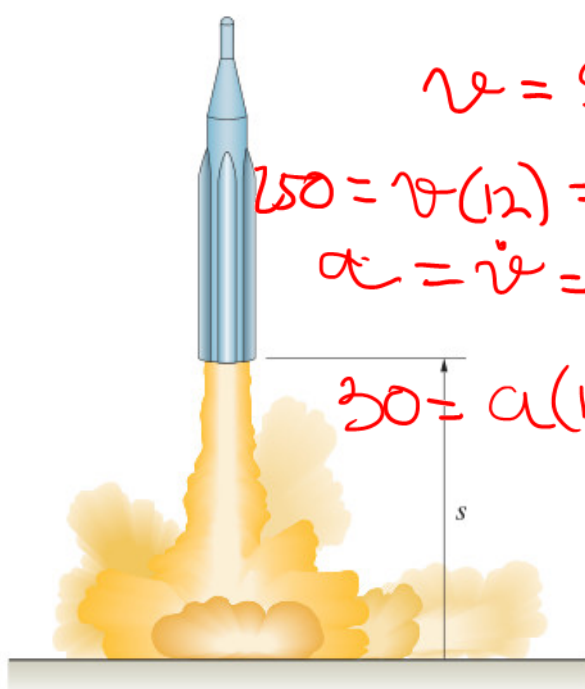
$$+ 2,5 \hat{k} \times (-0,4 \hat{i} + 1,125 \hat{j})$$

$$= -2,17 \hat{i} - 2,8 \hat{j} //$$

3 [25] O foguete sai do solo para cima no tempo $t = 0$. A sua altura é dada por $s = At^2 + Bt^3$, onde A e B são constantes a serem determinadas. Após 12 segundos a velocidade do foguete é 250 m/s e a aceleração é 30 m/s². Determine:

(a) [15] a velocidade e a aceleração iniciais (em $t=0$);

(b) [10] em que altitude o foguete atinge a velocidade do som (325 m/s).



$$v = \dot{s} = 2At + 3Bt^2$$

$$250 = v(12) = 2A(12) + 3B(144)$$

$$a = \dot{v} = 2A + 6Bt$$

$$30 = a(12) = 2A + 6B(12)$$

$$\begin{cases} 24A + 432B = 250 \\ 2A + 72B = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} B = 0,2546 \\ A = 5,833 \end{cases}$$

a) $v(t=0) = 0$; $a(t=0) = 11,67 \text{ m/s}^2$

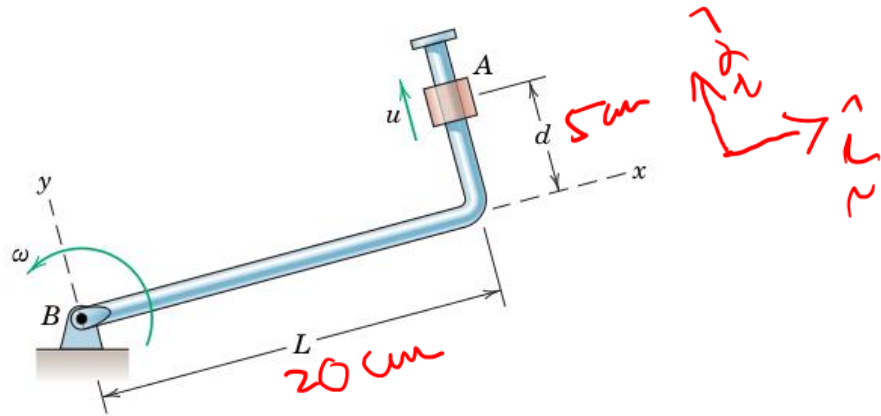
b) $325 = 11,67t + 0,7638t^2 \Rightarrow t = \frac{-11,67 \pm 3316}{1,5276}$

$$t = 14,35 \text{ s}$$

$$\Rightarrow s = (5,833)(14,35)^2 + (0,2546)(14,35)^3$$

$$= 1953 \text{ m} //$$

4 [25] Na figura o colar A está se movendo na direção mostrada com $u = 2 \text{ cm/s}$ constante em relação à barra. Simultaneamente a barra gira (ponto fixo B) com velocidade angular $\omega = 0,01 \text{ rad/s}$. Sabendo que $L = 20 \text{ cm}$ e $d = 5 \text{ cm}$, determine: (a) [10] o vetor aceleração centrífuga e (b) [15] o vetor aceleração de Coriolis do colar, ambas expressas no sistema de coordenadas fixo na barra, como mostrado.



$$\vec{v}_{rel} = 2 \dot{\theta} \hat{j} ; \quad \vec{a}_{rel} = 0 ; \quad \vec{\omega} = 0,01 \hat{k}$$

$$\vec{a}_A = \underbrace{\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}}_0 + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\text{centrifuga}} + \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}}_{\text{coriolis}} + \vec{a}_{rel}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) &= 0,01 \hat{k} \times (0,01 \hat{k} \times [0,2 \hat{i} + 0,05 \hat{j}]) \\ &= 0,000005 \hat{i} - 0,00002 \hat{j} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} &= 2(0,01) \hat{k} \times 2 \hat{j} \\ &= -0,04 \hat{i} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$