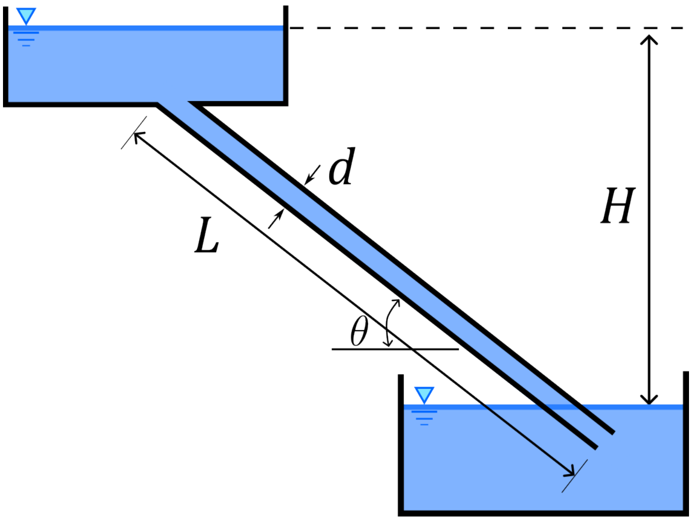
TEA014 - Mecânica dos Fluidos Ambiental II
Curso de Graduação em Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P01, 4 Outubro 2025
Prof. Michael Mannich

P01

NOME: GABARITO Assinatura: ____________

---

1 [20] A figura ilustra um escoamento em regime permanente de um fluido com $\mu = 0.08\,\mathrm{Pa\,s}$ e $\gamma = 10\,\mathrm{kN/m^3}$. Sendo $H = 25\,\mathrm{m}$, $L = 40\,\mathrm{m}$, $d = 8\,\mathrm{mm}$ e $\theta = 30°$, determine a perda de carga por unidade de comprimento do tubo e a vazão em litros por minuto.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Claramente podemos reconhecer que a perda de carga entre os dois reservatórios superior e inferior é H. Logo a perda de carga por unidade de comprimento do tubo é $H/L = \frac{25}{40} = 0.625\,\mathrm{m/m}$.
Para resolver o problema notamos que se trata de um fluido bastante viscoso e escoando em um tubo de diâmetro pequeno. Uma boa dica para começar seria supor escoamento laminar e verificar se a hipótese é válida. Vamos supor escoamento laminar e usar a expressão para perda de carga em escoamento laminar em tubos.

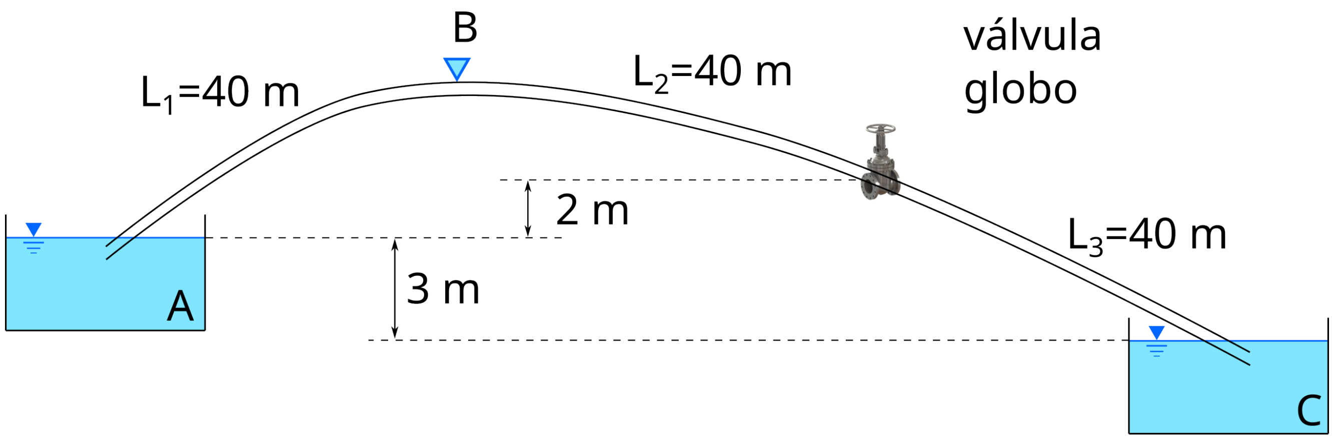
$$\Delta p = \frac{128\mu L Q}{\pi d^4}$$
$$\gamma H = \frac{32\mu L V}{d^2}$$
$$V = \frac{\gamma H d^2}{32\mu L} = \frac{10^4 \cdot 25 \cdot 0.008^2}{32 \cdot 0.08 \cdot 40} = 0.15625\,\mathrm{m/s}$$
$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{\gamma V d}{g\mu} = \frac{10^4 \cdot 0.15625 \cdot 0.008}{9.81 \cdot 0.08} = 15.9276 \longrightarrow \text{escoamento laminar!!!}$$
$$Q = \frac{\pi d^2}{4} V = \frac{\pi 0.008^2}{4} 0.15625 = 7.854 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^3/s} = 0.471\,\mathrm{L/min}$$

Poderíamos partir também de

$$h = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$
$$f = \frac{64}{Re}$$
$$V = \frac{\gamma H D^2}{32\mu L}$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [50] Considere o escoamento de água entre dois reservatórios A e C conforme a figura com uma tubulação com diâmetro de 200 mm e $\epsilon = 0.15$ mm. Determine a elevação máxima do ponto B para que não haja cavitação. Utilize $k = 1.0$ para os coeficientes de perda de carga localizadas na entrada e saída e $k = 4.5$ para a válvula globo. A leitura de um barômetro local registra uma coluna de mercúrio de 685 mmHg. Considere $\rho_{Hg} = 13546\,\text{kg/m}^3$ a 20°C. A pressão de vapor da água é $p_v = 2.338$ kPa.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Nosso primeiro passo é determinar a vazão no sistema. Aplicamos a equação da energia entre um ponto a montante na superfície do reservatório A (1) e no reservatório C (2).

$$\underbrace{\frac{P_1}{\gamma}}_{\text{Patm}} + \alpha_1 \cancelto{0}{\frac{V_1^2}{2g}} + z_1 + \cancelto{0}{H_{bomba}} = \underbrace{\frac{P_2}{\gamma}}_{\text{Patm}} + \alpha_1 \cancelto{0}{\frac{V_2^2}{2g}} + z_2 + \cancelto{0}{H_{turbina}} + h_{perdas}$$

$$f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} + k_{entrada}\frac{V^2}{2g} + k_{valvula}\frac{V^2}{2g} + k_{saida}\frac{V^2}{2g} = z_1 - z_2$$

$$\left(f\frac{L}{D} + k_{entrada} + k_{valvula} + k_{saida}\right)\frac{V^2}{2g} = z_1 - z_2$$

$$V = \left[\frac{2g\,(z_1 - z_2)}{f\frac{L}{D} + k_{entrada} + k_{valvula} + k_{saida}}\right]^{0.5}$$

Agora devemos resolver o problema e determinar Q. Não sabemos a vazão Q e f também é função de Q. Podemos resolver o problema arbitrando um primeiro valor para f e calculando os demais parâmetros iterativamente. Na falta de um bom palpite para f vamos olhar primeira para $\frac{\epsilon}{D} = 0.00075$ e reconhecendo a faixa possível de valores de f para a relação da rugosidade relativa podemos arbitrar, por exemplo, $f = 0.02$. A tabela resume os resultados de cada iteração com os valores de f determinados iterativamente pela equação de *Colebrook*.

Tabela 1: **Iterações para determinação da vazão**

i	f	V	Re
1	0.020000	1.783710	3.567×10^5
2	0.019329	1.803432	3.607×10^5
3	0.019319	1.803730	3.607×10^5
4	0.019319	1.803734	3.607×10^5
5	0.019319	1.803734	3.607×10^5

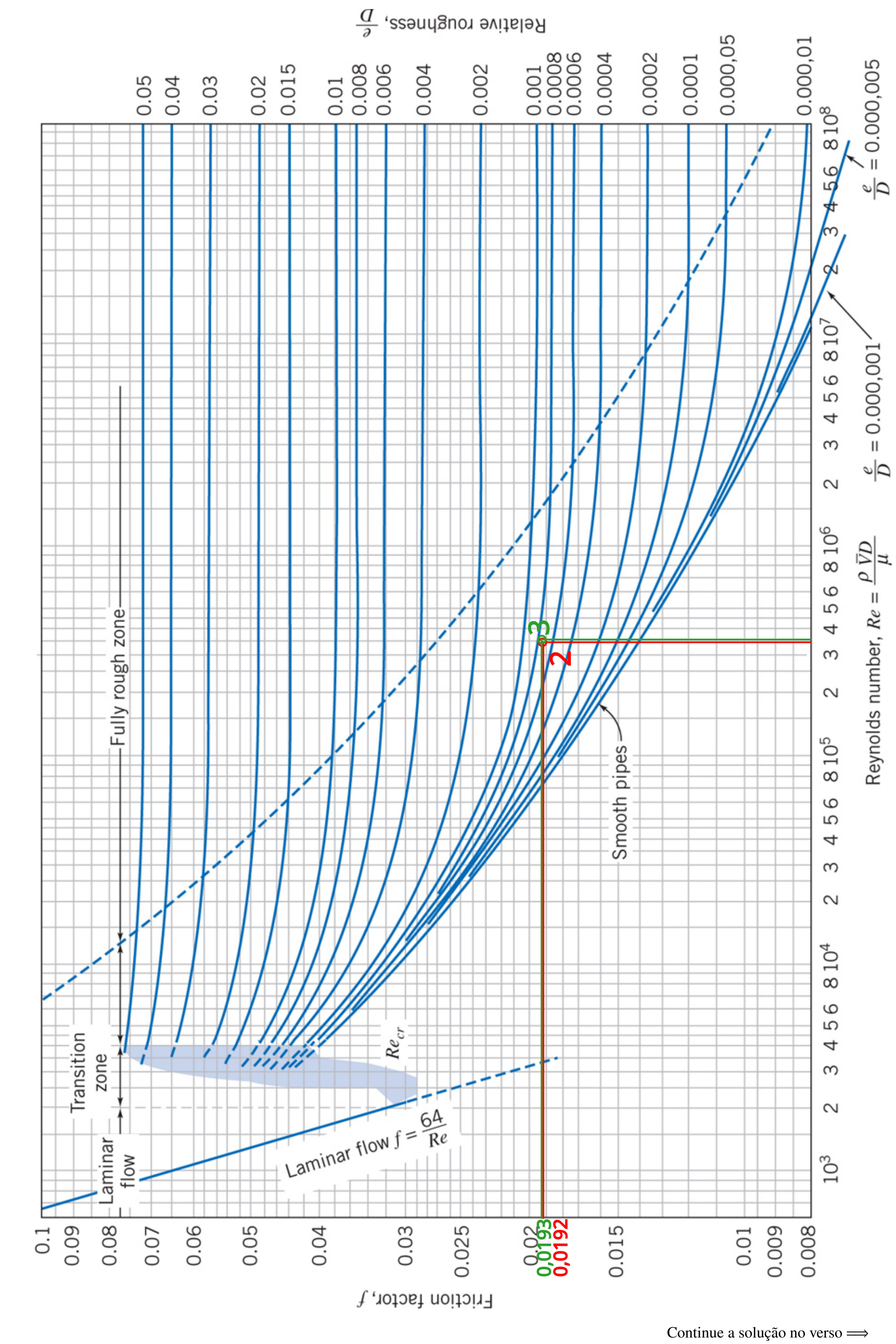
Portanto, $V = 1.804$ m/s e $Q = 0.05667\,\text{m}^3/\text{s}$.
Caso tivéssemos usado o diagrama de Moody encontraríamos resultados similares conforme a tabela.

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

Tabela 2: **Iterações para determinação da vazão com determinação de f pelo diagrama de Moody.**

i	f	V	Re
1	0.0200	1.783710	3.567×10^5
2	0.0192	1.807310	3.615×10^5
3	0.0193	1.804309	3.609×10^5
4	0.0193	1.804309	3.609×10^5

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$



Continue a solução no verso ⟹

Agora determinada a vazão podemos avaliar a elevação máxima do ponto B para evitar a cavitação. A pressão de vapor da água é $p_v = 2.338\,\text{kPa}$. A pressão atmosférica local é $p_{atm} = \rho_{Hg} g h = 13546 \cdot 9.81 \cdot 0.685 = 91027\,\text{Pa}$.

$$\underbrace{\frac{P_1}{\gamma}}_{\text{Patm}} + \alpha_1 \cancelto{0}{\frac{V_1^2}{2g}} + z_1 + \cancelto{0}{H_{bomba}} = \frac{P_B}{\gamma} + \underbrace{\alpha_B}_{=1} \frac{V_B^2}{2g} + z_B + \cancelto{0}{H_{turbina}} + h_{perdas}$$

$$\frac{P_{atm} - P_B}{\gamma} = z_B - z_1 + \frac{V^2}{2g}\left(f\frac{L}{D} + 1 + k_{entrada}\right)$$

$$\frac{P_{atm} - P_V \downarrow}{\gamma} = z_{B,max} \uparrow - z_1 + \frac{V^2}{2g}\left(f\frac{L}{D} + 1 + k_{entrada}\right)$$

$$z_{B,max} \uparrow - z_1 = \frac{P_{atm} - P_V \downarrow}{\gamma} - \frac{V^2}{2g}\left(f\frac{L}{D} + 1 + k_{entrada}\right)$$

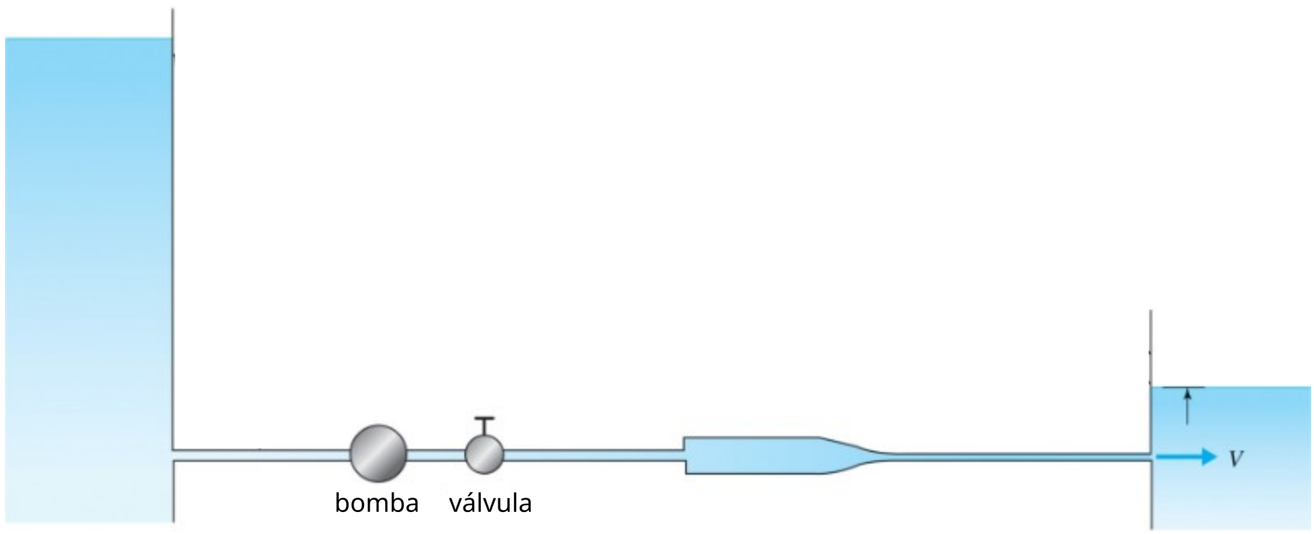
$$z_{B,max} - z_1 = \frac{91027 - 2338}{9810} - \frac{1.804^2}{2g}\left(0.0193\frac{40}{0.200} + 1 + 1\right)$$

$$z_{B,max} - z_1 = 8.068\,\text{m}$$

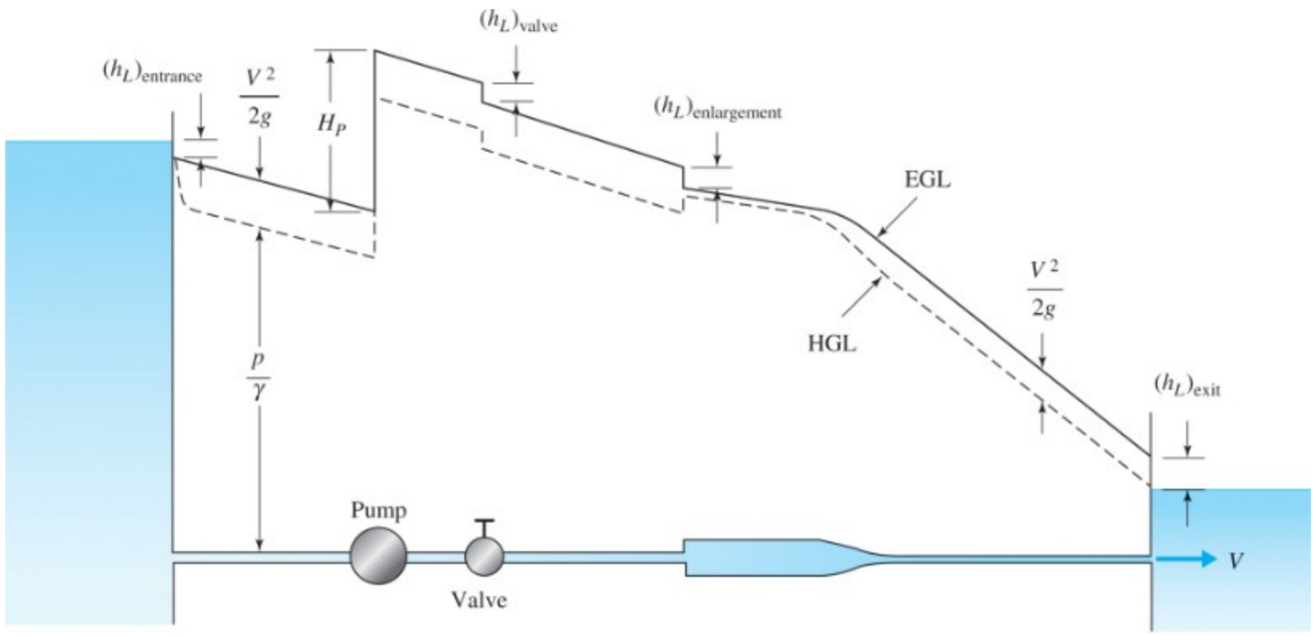
A maior elevação de B em relação ao reservatório A é de 8.07 m.

Continue a solução no verso ⟹

3 [20] Esboce linhas piezométrica (LP) e a linha de energia (LE) para o escoamento entre os 2 reservatórios. Certifique-se de que elas devam ser paralelas nos trechos corretos. Evidencie todas as perdas localizadas e os ganhos de energia. Note que o diâmetro do tubo antes do alargamento abrupto é maior do que o trecho final após o estreitamento suave.

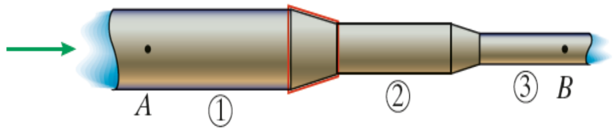


SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

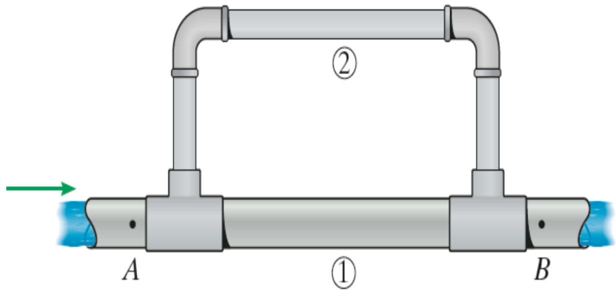


Continue a solução no verso ⟹

4 [10] Sistemas de tubulações podem ser arranjados em série e em paralelo. Qual a relação entre as vazões e as perdas de carga entre os pontos A e B e os trechos de escoamento 1, 2 e 3 para cada um dos arranjos?



Tubos em série



Tubos em paralelo

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
Para o sistema de tubulações em série:

$$Q_A = Q_B = Q_1 = Q_2 = Q_3$$
$$h_{A-B} = h_1 + h_2 + h_3 + h_{localizadas}$$

Para o sistema de tubulações em paralelo:

$$Q_A = Q_B = Q_1 + Q_2$$
$$h_{A-B} = h_1 = h_2$$

Continue a solução no verso ⟹