

Assinatura: _____

ATENÇÃO: A interpretação das questões faz parte da prova. A prova é sem consulta e individual. A prova pode ser resolvida a lápis. É de responsabilidade do aluno que a resolução esteja organizada, clara e legível para a correção do professor. Durante a resolução apresente todas as hipóteses que julgar necessárias. Cada questão possui um valor, portanto, não dedique um tempo desproporcional na resolução de cada questão.

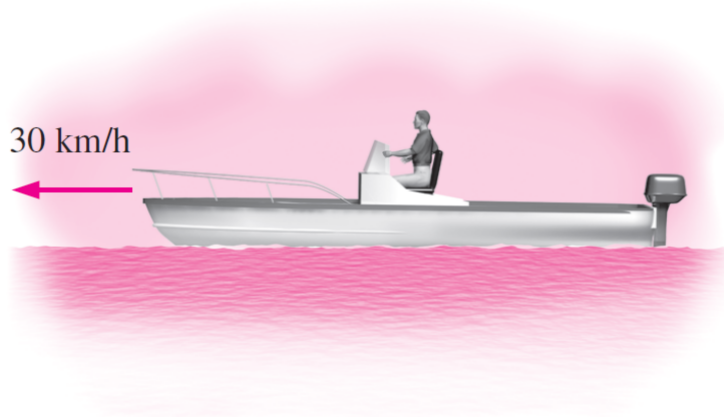
1 [20] Ao nível do mar ($\rho_{ar,0} = 1.225 \text{ kg/m}^3$), um balão esférico com diâmetro de 3.2 m se desloca a 22 m/s. Caso atinja a altitude de 3 km ($\rho_{ar,3} = 0.958 \text{ kg/m}^3$) qual será a velocidade de deslocamento para a mesma força de arrasto? Considere que C_D é o mesmo para as duas altitudes e velocidades.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Temos que a força de arrasto é $F_D = C_D \frac{1}{2} \rho_{ar} U^2 A$. Considerando que a força é a mesma nas duas condições:

$$\begin{aligned} F_D &= C_D \frac{1}{2} \rho_{ar} U^2 A \\ F_D &= C_D \frac{1}{2} \rho_{ar,0} U_0^2 A = C_D \frac{1}{2} \rho_{ar,3} U_3^2 A \\ \rho_{ar,0} U_0^2 &= \rho_{ar,3} U_3^2 \\ U_3 &= U_0 \sqrt{\frac{\rho_{ar,0}}{\rho_{ar,3}}} \\ U_3 &= 22 \sqrt{\frac{1.225}{0.958}} = 24.878 \text{ m/s} \end{aligned}$$

2 [20] Um barco de plástico possui a superfície aproximadamente plana e retangular com dimensões de 1.5 m de largura e 2 m de comprimento. Se o barco se move a 30 km/h, determine a força de arrasto a potência necessária para superar este arrasto. Considere a camada limite desenvolvida totalmente turbulenta desde o bordo de ataque. Considere água a 5°C com $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 1.51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

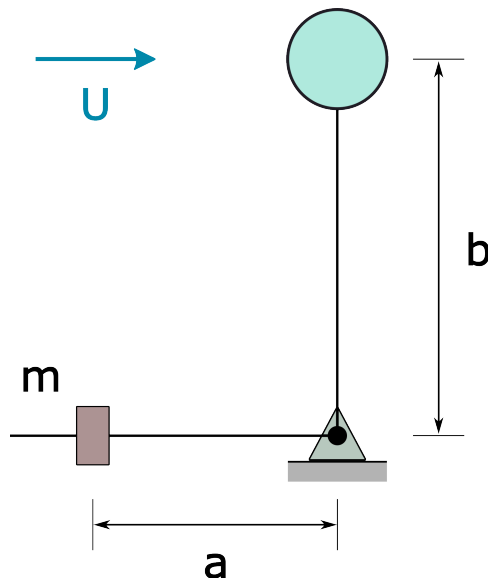
$$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{8.33 \cdot 2}{1.51 \times 10^{-6}} = 1.104 \times 10^7$$

$$C_D = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} = 0.00289$$

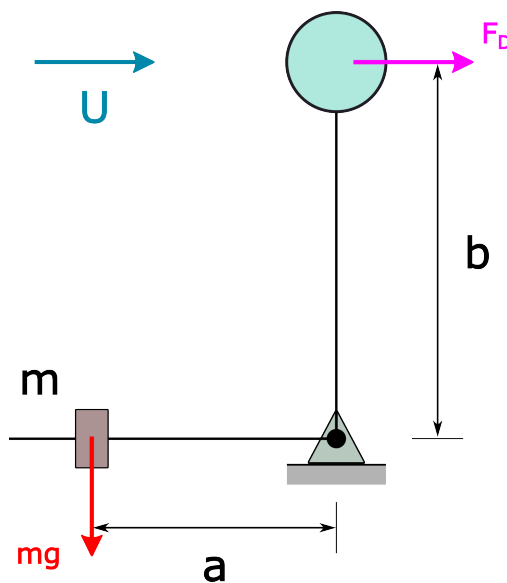
$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 A = 0.00289 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 8.33^2 \cdot 1.5 \cdot 2 = 300.875 \text{ N}$$

$$\dot{W} = F_D U = 300.875 \cdot 8.33 = 2507 \text{ W} = 2.507 \text{ kW}$$

3 [60] Um estudante desenvolveu um protótipo para um instrumento de medição da velocidade do escoamento, no caso, seu interesse era a velocidade do vento. O equipamento é constituído de duas hastes finas e leves que são unidas perpendicularmente e conectadas a um eixo conforme a figura. Uma esfera de diâmetro D é fixa na extremidade da haste fina a distância b a um pequeno cilindro de massa m é conectado na outra haste a uma distância a do eixo que pode variar conforme a velocidade do vento. O objetivo do equipamento para realizar a leitura da velocidade do escoamento é posicionar o cilindro a uma distância a tal que o equipamento fique equilibrado conforme a imagem, registrando-se, portanto, a leitura da distância a . Relacione a velocidade do escoamento U com as propriedades m , a , b , D e ρ . Para o caso em que $b = 30$ cm, $a = 5$ cm, $m = 50$ g, $D = 5$ cm, $\rho = 1.2$ kg/m³ e $\mu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ Pa.s, determine qual é a velocidade do escoamento?



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:



Na condição de equilíbrio temos:

$$\begin{aligned}\sum M_O &= 0 \\ mg(a) + F_D(b) &= 0 \\ -mga + C_D \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{\pi D^2}{4} b &= 0 \\ U &= \sqrt{\frac{8mga}{C_D \pi \rho D^2 b}} \\ U &= 8.330159 \sqrt{\frac{1}{C_D}}\end{aligned}$$

Mas nesta equação $C_D(Re)$ e Re por sua vez também é função de U . Neste caso, temos um problema iterativo.

$$\begin{aligned}Re &= \frac{\rho U D}{\nu} \\ Re &= \frac{U \cdot 1.2 \cdot 0.05}{1.51 \times 10^{-5}} \\ Re &= 4000U\end{aligned}$$

A tabela apresenta as iterações tomando como aproximação inicial $C_D = 1.0$. Claro que poderíamos ter começado com um valor mais próximo de 0.4.

Tabela 1: Iterações para determinação de U

i	C_D	U	Re	C_D novo
1	1	8.3302	3.33×10^4	0.46
2	0.46	12.2821	4.91×10^4	0.46
3	0.46	12.2821	4.91×10^4	0.46

A velocidade do escoamento é de aproximadamente $U \approx 12.3$ m/s.

Ao invés de utilizar o gráfico poderíamos ter usado uma equação ajustada aos dados. Por exemplo calculando:

$$\begin{aligned}x &= \ln(1 + Re) / 10 \\ \phi &= 0.0486x + 2.4265x^3 - 3.6319x^4 + 1.5393x^5 \\ C_D &= \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re \right) \left(\frac{Re}{10^7} \right)^\phi\end{aligned}$$

Assim poderíamos automatizar o processo iterativo conforme a tabela.

Tabela 2: Iterações para determinação de U

i	C_D	U	Re	x	ϕ	C_D novo
1	1	8.330159	3.33×10^4	1.04140	0.40483	0.447099
2	0.447099	12.45809	4.98×10^4	1.08164	0.43093	0.458197
3	0.458197	12.30629	4.92×10^4	1.08042	0.43005	0.457907
4	0.457907	12.31018	4.92×10^4	1.08045	0.43008	0.457915
5	0.457915	12.31008	4.92×10^4	1.08045	0.43008	0.457915

