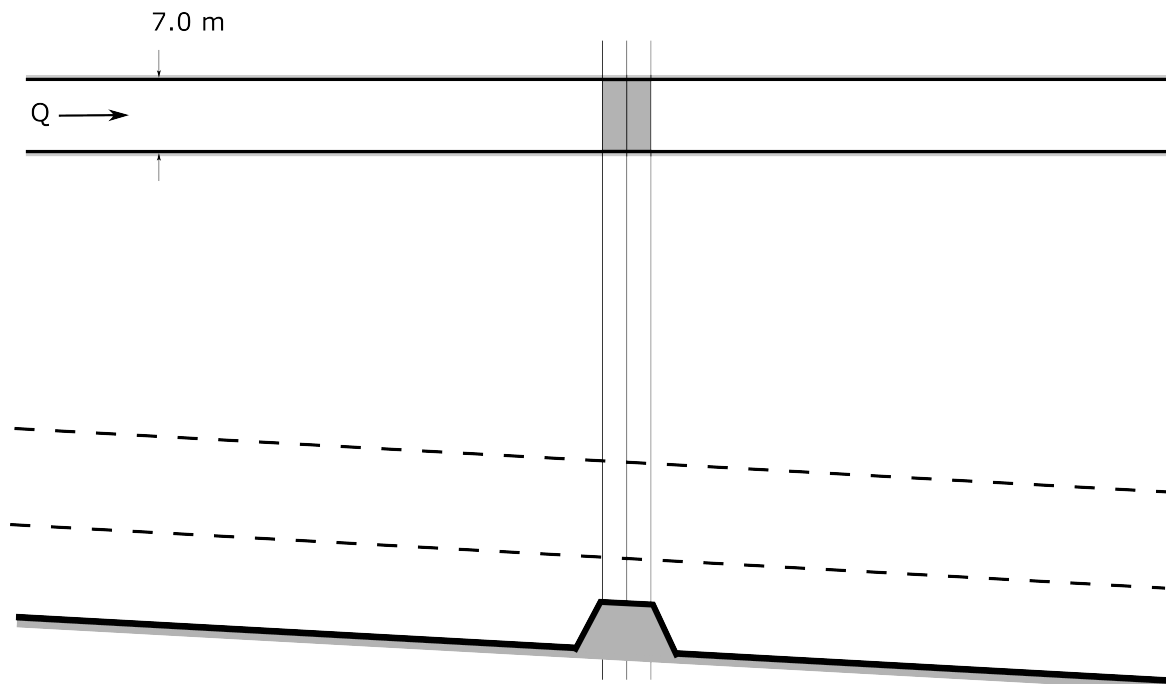


ATENÇÃO: A interpretação das questões faz parte da prova. A prova é sem consulta e individual. A prova pode ser resolvida a lápis. É de responsabilidade do aluno que a resolução esteja organizada, clara e legível para a correção do professor. Durante a resolução apresente todas as hipóteses que julgar necessárias. Cada questão possui um valor, portanto, não dedique um tempo desproporcional na resolução de cada questão.

1 [50] A calha de um rio longo apresentação seção transversal retangular com $b = 7.0\text{ m}$ de largura, declividade $S_0 = 0.005\text{ m/m}$ e coeficiente de Manning $n = 0.035\text{ s/m}^{1/3}$. O canal apresenta uma soleira que atua como barragem de nível para captação de água com elevação de $\Delta z = 1.6\text{ m}$.



- [5] Se a profundidade normal do escoamento é $y_n = 1.4571\text{ m}$, determine a vazão específica.
- [5] Determine o tipo declividade do canal e classifique-o como forte (S) ou moderado (M). Justifique
- [15] Esboce o perfil da linha de água, indicando as curvas de remanso e as alturas normal e crítica, ocorrência de ressalto hidráulico se aplicável.
- [10] Determine a profundidade conjugada do ressalto hidráulico.
- [20] Na ocorrência de algum remanso à montante, estime a distância de um ponto de profundidade conhecida até a profundidade normal y_n com uma diferença de 1%. Utilize o *Direct Step Method* com um único passo.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

- a) Aplicamos a Equação de Manning.

$$q = \frac{1}{n} y \left(\frac{by}{b + 2y} \right)^{2/3} S_0^{1/2} = 3.0\text{ m}^3/\text{s/m}$$
$$Q = 21\text{ m}^3/\text{s}$$

b) Você pode calcular y_c ou S_c e comparar.

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 0.971690 \text{ m}$$

$$S_c = \left[\frac{Qn P_c^{2/3}}{A^{5/3}} \right]^2 = 0.016820 \text{ m/m}$$

Como $y_c < y_n$ o canal é de declividade moderada (M). Da mesma forma, como $S_0 < S_c$ a declividade é moderada.

c) Vamos ver o que acontece na soleira. O escoamento à montante é fluvial, porque $y_n > y_c$, logo $Fr < 1$. Podemos até mesmo calcular e verificar que $Fr_1 = 0.544575$. Vamos calcular a energia específica e verificar a máxima contração possível com essa energia, ou seja, a menor energia necessária para vencer a contração que é a $E_c + \Delta z$ na seção com a soleira.

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = 1.4571 + \frac{3^2}{2g1.4571^2} = 1.673160 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$y_{c,2} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 0.971690 \text{ m}$$

$$E_c = \frac{3}{2} y_{c,2} = 1.457535 \text{ m}$$

$$E_{2,min} = E_c + \Delta z = 1.457535 + 1.6 = 3.057535 \text{ m}$$

Logo, a energia necessária a montante da soleira deve ser pelo menos $E_{2,min} = E_c + \Delta z = 1.457535 + 1.6 = 3.057535 \text{ m}$. Como $E_1 < E_{2,min}$ haverá controle de escoamento elevando o nível à montante da contração e estabelecendo uma curva do tipo M1. Após o escoamento crítico buscamos a profundidade de escoamento supercrítico e antes do estreitamento a profundidade fluvial. As soluções para isso vem da equação $E(y) = y + \frac{q^2}{2gy^2}$. Temos então que resolvendo a equação cúbica de forma analítica:

$$E_2 = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^2} \rightarrow y_2^3 - E_2 y_2^2 + \frac{q_2^2}{2g} = 0$$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

$$y_2^3 - 3.057535 y_2^2 + 0.458726 = 0$$

Calculamos

$$p = b - \frac{a^2}{3} = -3.116174$$

$$q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c = -1.658565$$

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = -0.433021$$

Se $\Delta < 0$ temos as soluções:

$$x_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \sin \left[\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(-p)^{3/2}} \right) \right] - \frac{a}{3}$$

$$x_2 = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \sin \left[\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(-p)^{3/2}} \right) + \frac{\pi}{3} \right] - \frac{a}{3}$$

$$x_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \cos \left[\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(-p)^{3/2}} \right) + \frac{\pi}{6} \right] - \frac{a}{3}$$

Continue a solução no verso $\Rightarrow$

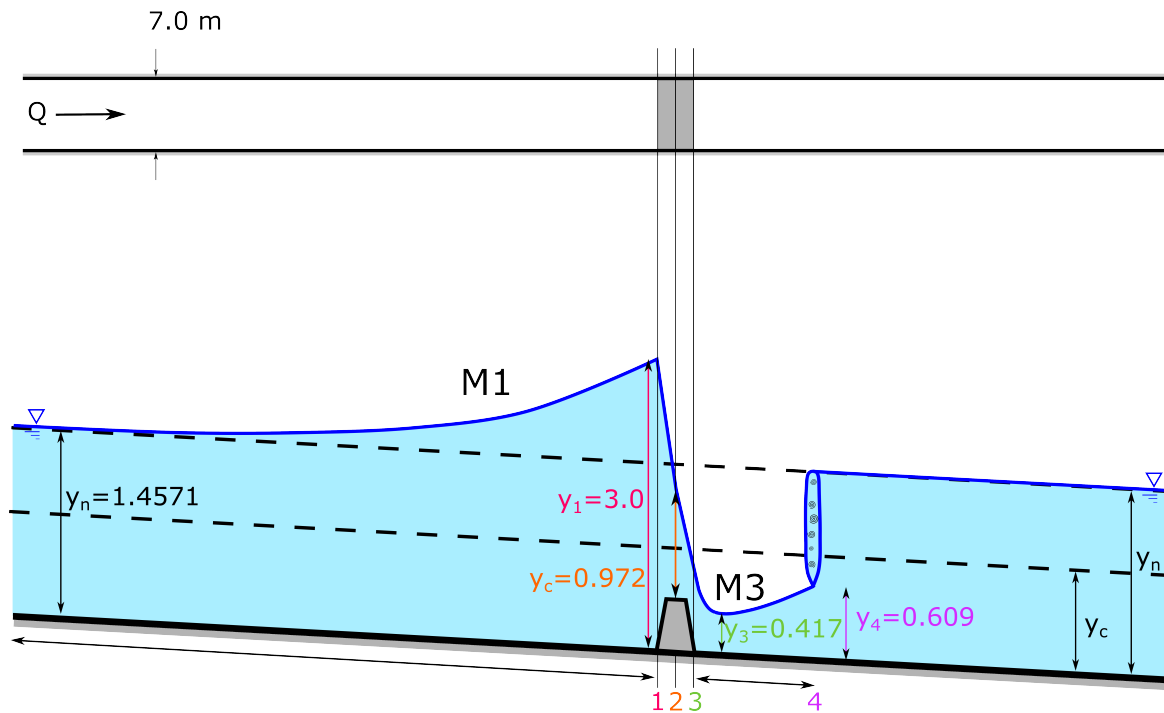
As raízes são então:

$x_1 = 0.416786 \rightarrow$ torrencial

$x_2 = -0.646500 \rightarrow$ fisicamente inviável

$x_3 = 3.006796 \rightarrow \text{fluvial}$

A profundidade de montante será então $y_1 = 3.006796$ m e a profundidade após a soleira será 0.416786 m.



- d) Pela equação para ressalto hidráulico em canal retangular, reconhecemos que a profundidade d jusante de ser y_n , então $y_2 = y_n$ na equação do ressalto hidráulico, assim $Fr_2 = 0.544575$.

$$\begin{aligned} \frac{y_1}{y_2} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right] \\ \frac{y_4}{y_n} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_n^2} - 1 \right] \\ y_4 &= y_n \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_n^2} - 1 \right] \\ y_4 &= 1.4571 \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \cdot 0.544575^2} - 1 \right] \\ y_4 &= 0.609385 \text{ m} \end{aligned}$$

- e) Vamos estimar a distância do remanso entre o ponto em que a profundidade é (ponto 1) $y_1 = 1.01 y_n = 1.471671$ m e a profundidade logo à montante da barragem (ponto 2) $y_2 = 3.006796$ m.

Continue a solução no verso $\Rightarrow$

$$y_1 = 1.01 y_n = 1.4716713 \text{ m}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = 1.683474 \text{ m}$$

$$S_{f1} = \left(Qn P^{2/3} A^{-5/3} \right)^2 = 0.004855847 \text{ m/m}$$

$$y_2 = 3.006796 \text{ m}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} = 3.057535 \text{ m}$$

$$S_{f2} = \left(Qn P^{2/3} A^{-5/3} \right)^2 = 0.0006423536 \text{ m/m}$$

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2}) = 0.0027491 \text{ m/m}$$

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f} = 610.45 \text{ m}$$

Logo, o remanso se estende aproximadamente 610 m à montante.

CÁLCULOS ADICIONAIS PARA EXERCITAR – REMANSO M3

Se fossemos calcular a curva de remanso do tipo M₃ e o comprimento do ressalto. A transição gradual ocorre logo a jusante da expansão até estabelecer a profundidade conjugada para o ressalto. A transição gradual ocorre da profundidade $y_3 = 0.416786$ m até imediatamente antes do ressalto $y_4 = 0.609385$ m, que obtivemos anteriormente.

$$y_3 = 0.416786 \text{ m}$$

$$E_3 = y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2} = 3.057535 \text{ m}$$

$$S_{f3} = \left(Qn P^{2/3} A^{-5/3} \right)^2 = 0.236861177 \text{ m/m}$$

$$y_4 = 0.609385 \text{ m}$$

$$E_4 = y_4 + \frac{q^2}{2gy_4^2} = 1.844678 \text{ m}$$

$$S_{f4} = \left(Qn P^{2/3} A^{-5/3} \right)^2 = 0.0711805222 \text{ m/m}$$

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2} (S_{f3} + S_{f4}) = 0.15402085 \text{ m/m}$$

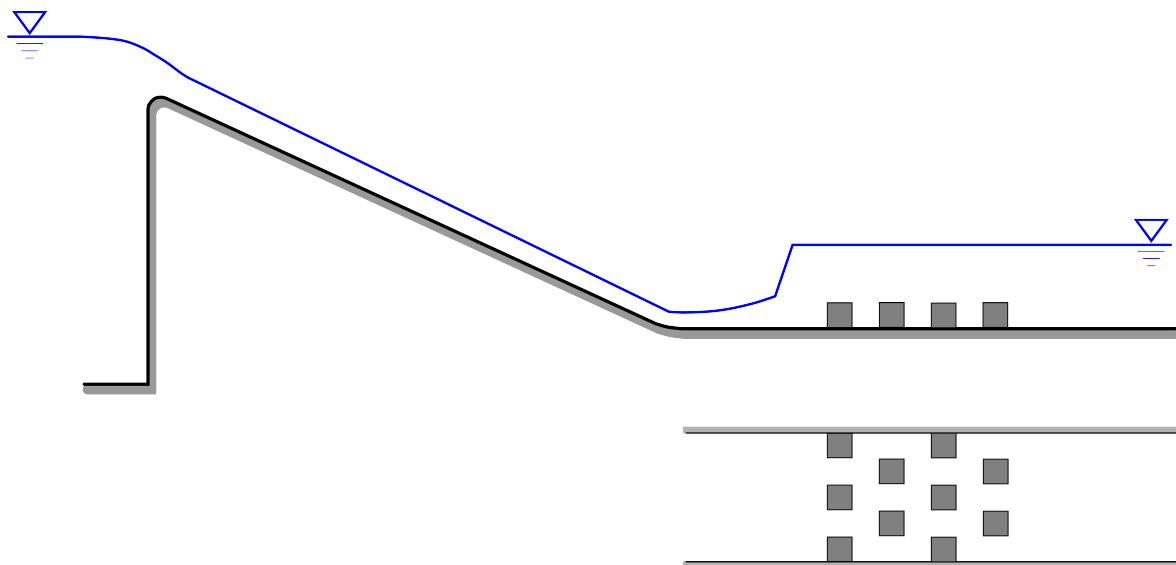
$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f} = 8.1388 \text{ m}$$

O comprimento do ressalto hidráulico pode ser estimado por $L_r = 6.9 (y_n - y_4) = 5.849$ m. Desta forma o comprimento total do trecho até o fim do ressalto é $L = L_r + \Delta x = 13.988$ m.

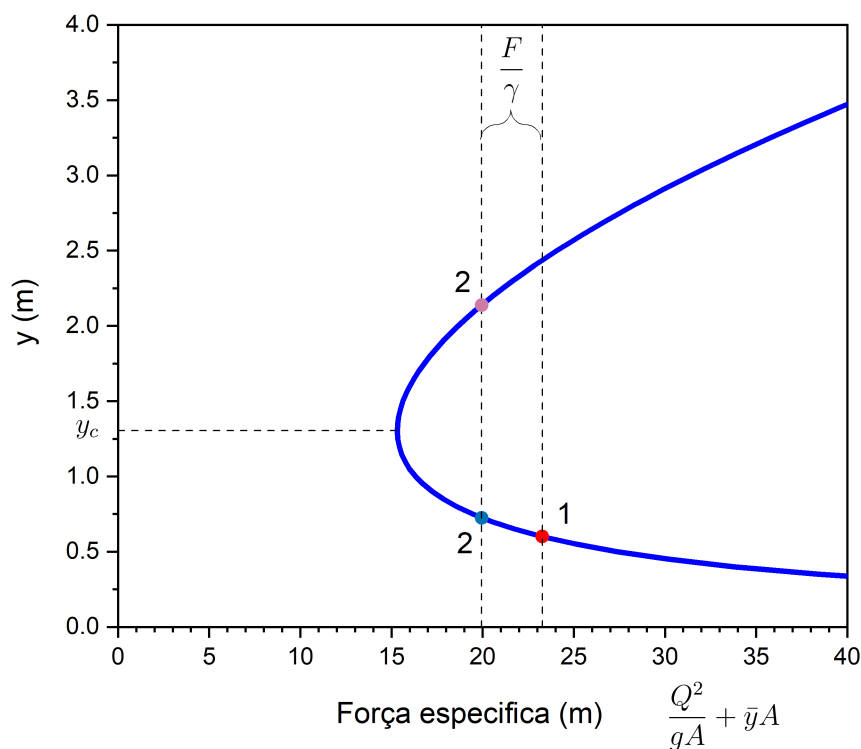
2 [50] Dois conjuntos (linhas) completos de blocos são instalados em uma bacia de dissipação para forçar o ressalto hidráulico a ocorrer dentro da bacia de dissipação. Cada linha de blocos possui coeficiente de arrasto $C_D = 0.3$. A altura dos blocos é $h = 0.3$ m ocupando a largura total da bacia de dissipação ($b = 6$ m). Se a vazão for $Q = 28 \text{ m}^3/\text{s}$ e a profundidade de montante na bacia de dissipação for $y_1 = 0.6$ m, determine as duas profundidades possíveis a jusante dos blocos nas condições: (a) se o ressalto hidráulico não ocorre; (b) se o ressalto hidráulico ocorre.

$$F_D = C_D \frac{\rho U^2}{2} A$$

$$\rho Q (V_2 - V_1) = -F + \rho g (\bar{y}_1 A_1 - \bar{y}_2 A_2)$$



A Figura apresenta o diagrama de força específica que representa já a solução para o problema. Você deve encontrar estas soluções a partir da formulação e resolução do problema.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso $\Rightarrow$

São 2 linhas de blocos:

$$V_1 = \frac{Q}{by_1} = \frac{28}{6 \cdot 0.6} = 7.778 \text{ m/s}$$

$$F = 2F_D = 2C_D \frac{\rho V_1^2}{2} A = 2 \cdot 0.3 \frac{1000 \cdot 7.778^2}{2} 0.3 \cdot 6 = 32.667 \text{ N}$$

Agora a equação de quantidade de movimento para velocidade uniforme fica:

$$\rho Q (V_2 - V_1) = -F + \frac{1}{2} \rho g (y_1^2 - y_2^2) b$$

$$\rho Q V_2 + \frac{1}{2} \rho g y_2^2 b = -F + \rho Q V_1 + \frac{1}{2} \rho g y_1^2 b$$

Podemos substituir $Q = V_2 b y_2 = V_1 b y_1$ e depois dividir por $\frac{1}{2} \rho g b$:

$$\frac{\rho Q^2}{b y_2} + \frac{1}{2} \rho g y_2^2 b = -F + \rho Q V_1 + \frac{1}{2} \rho g y_1^2 b$$

$$\frac{2Q^2}{g b^2 y_2} + y_2^2 = -\frac{2F}{\rho g b} + \frac{2Q^2}{g b^2 y_1} + y_1^2$$

$$y_2^3 + \left[\frac{2F}{\rho g b} - \frac{2Q^2}{g b^2 y_1} - y_1^2 \right] y_2 + \frac{2Q^2}{g b^2} = 0$$

$$y_2^3 - 6.649878 y_2 + 4.439914 = 0$$

Considerando uma solução iterativa pelo método de Newton-Raphson, por exemplo, resolvemos da seguinte forma:

$$f = y^3 + b y + c$$

$$f' = 3y^2 + b$$

$$y_{i+1} = y_i - \frac{f}{f'} = y_i - \frac{y_i^3 - 6.649878 y_i + 4.439914}{3y_i^2 - 6.649878}$$

Buscamos soluções torrenciais (não ocorre o ressalto) e fluviais (ocorre o ressalto). Então precisamos resolver partindo de valores acima ou abaixo de y_c . Calculando $y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 1.30452 \text{ m}$

Tabela 1: **Iterações para determinação da profundidade y_2 sem ressalto com aproximação inicial $y=1$**

i	y_i (m)
1	1.000000
2	0.668492
3	0.723728
4	0.724966
5	0.724967
6	0.724967
7	0.724967
8	0.724967
9	0.724967
10	0.724967

Tabela 2: **Iterações para determinação da profundidade y_2 sem ressalto com aproximação inicial $y=2$**

i	y_i (m)
1	2.000000
2	2.160715
3	2.139083
4	2.138656
5	2.138656
6	2.138656
7	2.138656
8	2.138656
9	2.138656
10	2.138656

Portanto as soluções são $y_2 = 0.724967$ m sem ocorrência de ressalto hidráulico e $y_2 = 2.138656$ m na ocorrência de ressalto hidráulico.

Alternativamente poderíamos resolver a equação cúbica de forma analítica:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

Calculamos

$$p = b - \frac{a^2}{3} = -6.649878$$

$$q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c = 4.439914$$

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = -5.963030$$

Se $\Delta < 0$ temos as soluções:

$$x_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \sin \left[\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(-p)^{3/2}} \right) \right] - \frac{a}{3}$$

$$x_2 = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \sin \left[\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(-p)^{3/2}} \right) + \frac{\pi}{3} \right] - \frac{a}{3}$$

$$x_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-p} \cos \left[\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}q}{2(-p)^{3/2}} \right) + \frac{\pi}{6} \right] - \frac{a}{3}$$

As raízes são então:

$$x_1 = 0.724967 \rightarrow \text{torrencial}$$

$$x_2 = -2.863622 \rightarrow \text{fisicamente inviável}$$

$$x_3 = 2.138656 \rightarrow \text{fluvial}$$