

$$v = \dot{s} = ds/dt; a = \dot{v} = dv/dt = \ddot{s} = d^2s/dt^2. v_t = \dot{s} = \rho\dot{\beta}; v_n = 0; a_t = \dot{v} = \rho\ddot{\beta} + \dot{\rho}\dot{\beta}; a_n = v^2/\rho = \rho\dot{\beta}^2.$$

$$v_r = \dot{r}; v_\theta = r\dot{\theta}; v_z = \dot{z}; a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2; a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}; a_z = \ddot{z}; v_R = \dot{R}; v_\theta = R\dot{\theta} \cos \phi; v_\phi = R\dot{\phi}; \omega = \dot{\theta}; \alpha = \dot{\omega}; \omega d\omega = \alpha d\theta$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}; \mathbf{a}_n = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}); \mathbf{a}_t = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}; \mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{A|B} = \mathbf{v}_B + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \mathbf{v}_{rel}; \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{A|B} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \mathbf{a}_{rel};$$

$$\mathbf{G} = \sum m_i \mathbf{v}_i; \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{G}}; \mathbf{H}_O = \sum \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i; \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O; \mathbf{H}_G = \sum \boldsymbol{\rho}_i \times m_i \dot{\boldsymbol{\rho}}_i; \sum \mathbf{M}_G = \dot{\mathbf{H}}_G;$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2; T_1 + V_1 + U'_{1-2} = T_2 + V_2; T = \sum \frac{1}{2} m_i \|\mathbf{v}_i\|^2; U_{1-2} = \int_1^2 \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}; V = \frac{1}{2} kx^2; V = mgh$$

$$\sum \mathbf{F} = \dot{m} \Delta \mathbf{v}, \quad \sum F = m\dot{v} + \dot{m}v; \quad \text{Lei dos senos: } L_A / \sin \theta_A = L_B / \sin \theta_B$$

1 [25]. Sabe-se que uma partícula em movimento retilíneo, tem velocidade em função da sua posição  $s$  dada pela fórmula  $v = k\sqrt{s}$ , com  $v$  em mm/s,  $s$  em mm,  $k = 0.2 \text{ mm}^{1/2}/\text{s}$ . Se a velocidade em  $t = 0$  s é 3 mm/s, determine: (a) [10] a posição; (b) [5] velocidade e (c) [5] aceleração como funções do tempo; (d) [5] calcule em qual instante a partícula atinge a velocidade 15 mm/s.

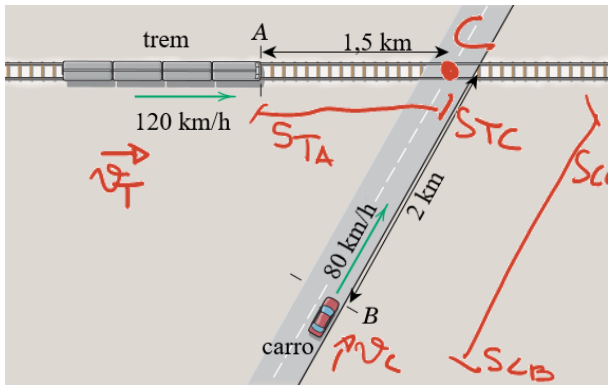
$$v = k\sqrt{s} \Rightarrow \frac{ds}{dt} = k\sqrt{s} \Rightarrow s^{-1/2} ds = k dt \Rightarrow 2s^{1/2} = C + kt$$

$$\dot{s} = \left(\frac{C+kt}{2}\right)^2; v = k\left(\frac{C+kt}{2}\right); v(0) = 3 = 0,2 \frac{C}{2} \Rightarrow C = 30 \text{ mm}^{1/2}$$

$$\Rightarrow (a) s = (15 + 0,1t)^2; (b) v = 0,2(15 + 0,1t); (c) a = \frac{dv}{dt} = 0,02 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$(d) 15 = 0,2(15 + 0,1t) \Rightarrow t = \left[\frac{15}{0,2} - 15\right] / 0,1 = 600 \text{ s.}$$

2 [25]. Na figura, o trem com 120 km/h aplica o freio a partir do ponto A e desacelera a uma taxa constante tal que 750 m depois do ponto A sua velocidade já caiu para 90 km/h. No instante que o trem passou pelo ponto A o carro mostrado tinha 80 km/h e decide passar pelo cruzamento antes do trem. Determine a aceleração do carro a partir de B para que ele passe pelo cruzamento 4 segundos antes do trem.



Desaceleração do trem:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta s \Rightarrow \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 - \left(\frac{120}{3,6}\right)^2 = 2a(750)$$

$$a = -0,324 \text{ m/s}^2$$

tempo para trem atingir o cruzamento de A:

$$S_{TC} = S_{TA} + v_{TA}t_{AC} + \frac{1}{2}a_T t_{AC}^2$$

$$1500 = 0 + \frac{120}{3,6}t_{AC} - \frac{0,324}{2}t_{AC}^2 \Rightarrow t_{AC} = 66 \text{ s}$$

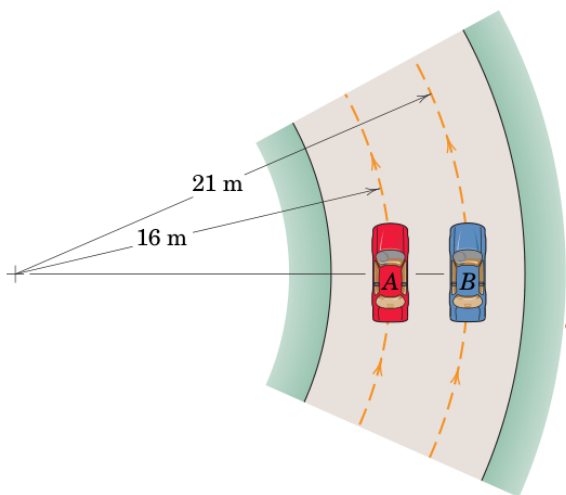
$\Rightarrow$  Carro deve atingir C em  $66 - 4 = 62 \text{ s}$ .

$$\Rightarrow S_{CC} = S_{CB} + v_{CB}t_{BC} + \frac{1}{2}a_C t_{BC}^2, \text{ com } \left. \begin{array}{l} t_{BC} = 62 \text{ s}, v_{CB} = \frac{80}{3,6} \text{ m/s} \\ S_{CC} = 2000 \text{ m}, S_{CB} = 0 \end{array} \right\}$$

$$2000 = 0 + \left(\frac{80}{3,6}\right)(62) + \frac{1}{2}a_C(62)^2$$

$$a_C = 1,03 \text{ m/s}^2$$

3 [25]. A pista mostrada é totalmente horizontal. Sabendo que a máxima aceleração normal possível (antes do carro derrapar) é  $0,88g$  ( $g$  é a gravidade igual a  $9,8 \text{ m/s}^2$ ), determine a máxima velocidade dos carros A e B na curva.

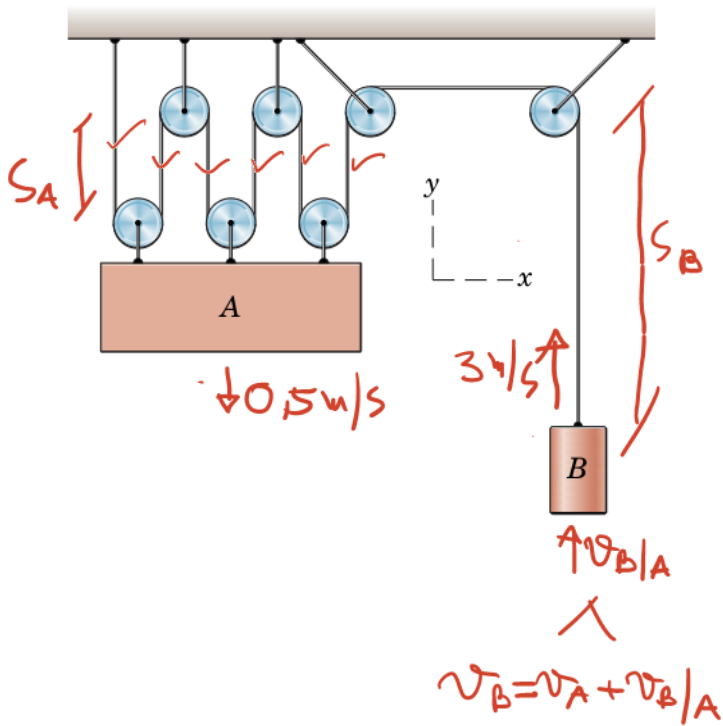


$$\frac{v^2}{\rho} = a_n, \quad v_{\max} = \sqrt{\rho a_{\max}}$$

$$A: v_{\max} = \sqrt{16 \times 0,88 \times 9,8} = 11,7 \text{ m/s} = 42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$B: v_{\max} = \sqrt{21 \times 0,88 \times 9,8} = 13,5 \text{ m/s} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

4 [25]. No instante representado na figura, um observador em A percebe o corpo B com velocidade  $V_{B|A} = 3,5\hat{j}$  m/s. Determine a velocidade absoluta de cada corpo (A e B) nesse instante. Você pode supor que a superfície superior do corpo A permanece na horizontal.



$$s_B + 6s_A = \text{cte}$$

$$\frac{ds_B}{dt} + 6\frac{ds_A}{dt} = 0$$

$$v_B + 6v_A = 0$$

$$v_A + v_{B|A} + 6v_A = 0$$

$$7v_A + v_{B|A} = 0$$

$$v_A = -\frac{v_{B|A}}{7} = -\frac{3,5}{7}$$

$$\Rightarrow v_A = -0,5 \text{ m/s } \hat{j}$$

$$\Rightarrow v_B = -0,5 + 3,5 = 3 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_B = 3 \text{ m/s } \hat{j}$$