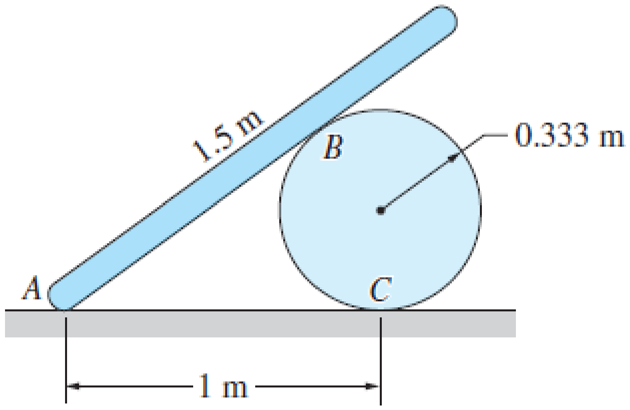
TEA005 - Mecânica dos Sólidos I
Curso de Graduação em Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P04, 28 Maio 2026
Prof. Michael Mannich

P04

NOME: GABARITO

Assinatura: ____________________

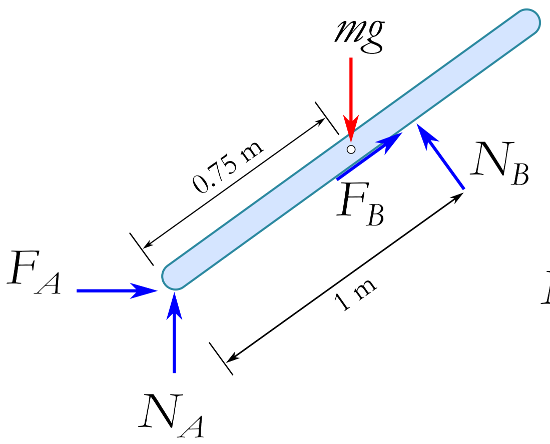
1 [50] Uma barra uniforme e um cilindro homogêneo possuem massa $m = 24\,\mathrm{kg}$ cada um. O coeficiente de atrito estático μ_s nos três pontos de contato A, B e C é o mesmo. Na condição de equilíbrio determine as forças de atrito em A, B e C e qual deve ser o menor valor do coeficiente de atrito μ_s para manter o sistema em equilíbrio?

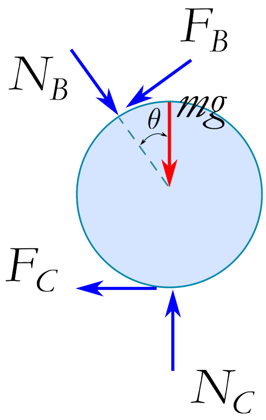


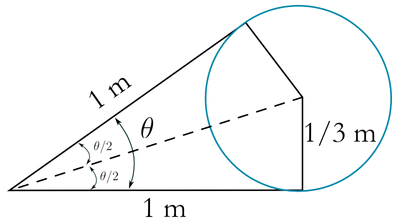
SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso ⟹

Primeiro vamos elaborar os DCLs.







Primeiro precisamos do ângulo θ:

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1/3}{1} \longrightarrow \theta = 36.8698989^\circ \tag{1}$$

Para a barra:

$$\sum M_A = N_B(1.0) - mg\cos\theta(0.75) = 0 \longrightarrow N_B = mg\cos\theta(0.75) = 141.264\,\text{N} \tag{2}$$

$$\sum F_x = F_A + F_B\cos\theta - N_B \operatorname{sen}\theta = 0 \tag{3}$$

$$\sum F_y = N_A + N_B\cos\theta + F_B\operatorname{sen}\theta - mg = 0 \tag{4}$$

Para o cilindro:

$$\sum M_O = F_B(1/3) - F_C(1/3) \longrightarrow F_B = F_C \tag{5}$$

$$\sum F_x = N_B\operatorname{sen}\theta - F_C - F_B\cos\theta = 0 \tag{6}$$

$$\sum F_y = N_C - N_B\cos\theta - F_B\operatorname{sen}\theta - mg = 0 \tag{7}$$

Já temos N_B, então calculamos F_B de (6) sabendo que $F_B = F_C$ de (5):

$$F_C = F_B = N_B\frac{\operatorname{sen}\theta}{1+\cos\theta} = 47.088\,\text{N}$$

Agora podemos calcular N_C a partir de (7):

$$N_C = N_B\cos\theta + F_B\operatorname{sen}\theta + mg = 376.704\,\text{N}$$

Na sequencia calculamos F_A a partir de (3) e substituindo o que já vimos que $N_B\operatorname{sen}\theta = F_B\,(1+\cos\theta)$:

$$F_A = -F_B\cos\theta + N_B\operatorname{sen}\theta = -F_B\cos\theta + F_B\,(1+\cos\theta) = F_B$$
$$F_B = 47.088\,\text{N}$$

Por fim voltamos para (4) para determinar N_A

Continue a solução no verso ⟹

$$N_A = -N_B \cos\theta - F_B \operatorname{sen}\theta + mg$$
$$N_A = 94.176\,\mathrm{N}$$

Assim temos:

$$F_A = F_B = F_C = 47.088\,\mathrm{N}$$
$$N_A = 94.176\,\mathrm{N} \qquad N_B = 141.264\,\mathrm{N} \qquad N_C = 376.704\,\mathrm{N}$$

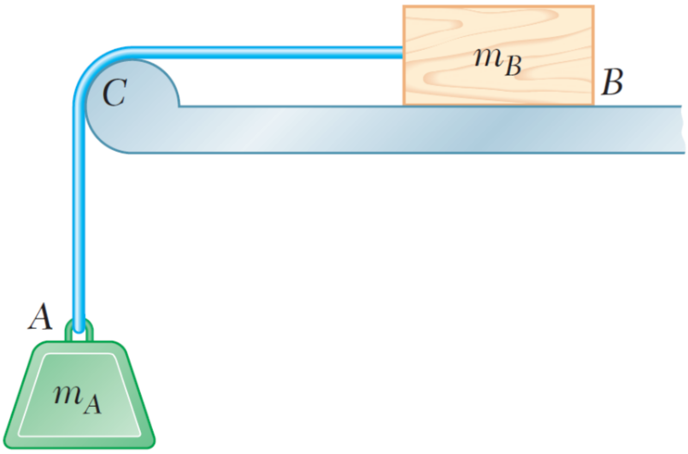
Quanto à perguntar para determinar o menor valor de μ_s deveríamos analisar o menor valor de μ_s para cada contato considerando que esta força de equilíbrio é máxima na condição de eminência do deslizamento. O menor valor em cada contato seria o valor do coeficiente de atrito. Como μ_s é o mesmo em todos os contatos e todas as forças de atrito são iguais, restaria olhar a menor força normal que ocorrem em A. Desta forma:

$$\mu_s = \frac{F_A}{N_A} = 0.5$$

Os contatos em B e C possuem $F < F_{\mu,max}$.

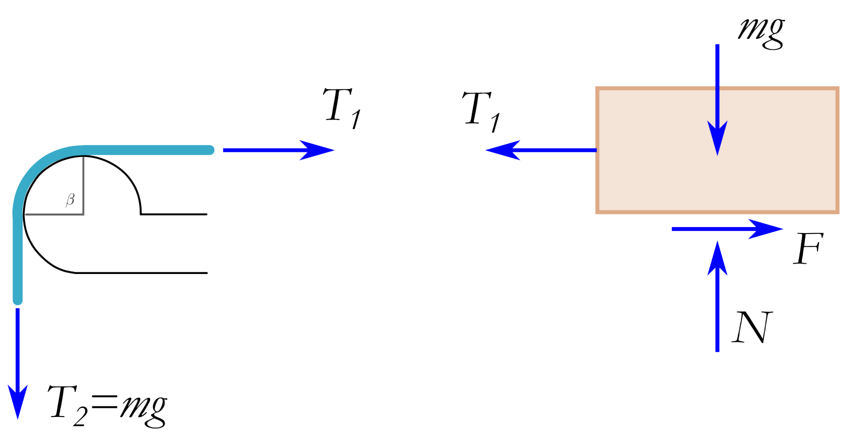
Continue a solução no verso $\Longrightarrow$

2 [50] Os blocos A e B são dispostos conforme a figura. Sabendo que os blocos possuem a mesma massa $m = m_A = m_B$ e que o coeficiente de atrito estático μ_s é o mesmo entre o bloco B e a superfície horizontal e entre a corda e o suporte C, determine o **menor** valor de μ_s para que o equilíbrio seja mantido.



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso ⟹



Desejamos o menor valor de μ_s que está associado ao movimento ao movimento de descida do bloco A e escorregamento para a esquerda do bloco B.
No bloco:

$$\sum F_y = 0 \therefore N - mg = 0 \rightarrow N = mg \tag{1}$$
$$\sum F_x = 0 \therefore F - T_1 = 0 \rightarrow F = T_1 \tag{2}$$
$$\tag{3}$$

Na condição de escorregamento $F = \mu N$. Adicionalmente, temos que $T_2 = T_1 e^{\mu\beta}$ e reconhecendo que $T_2 = mg$. Incorporando na formulação:

$$F = T_1 \tag{4}$$
$$\mu_s N = T_2 e^{-\mu\beta} \tag{5}$$
$$\mu_s mg = mge^{-\mu\beta} \tag{6}$$
$$\mu_s e^{\mu\beta} = 1 \tag{7}$$
$$\tag{8}$$

Esta é uma equação transcendental e vamos resolver pelo método de Newton-Raphson com $f(\mu_s) = \mu_s e^{\mu_s\beta} - 1 = 0$.

$$f(\mu) = \mu e^{\mu\beta} - 1$$
$$f'(\mu) = \mu\beta e^{\mu\beta} + e^{\mu\beta} = (1 + \mu\beta)\, e^{\mu\beta}$$
$$\text{Newton-Raphson: } \xi_{n+1} = \xi_n - \frac{f(\xi_n)}{f'(\xi_n)}$$

Não precisamos nos preocupar muito com a aproximação inicial pois sabemos os valores típicos de μ.
Com uma aproximação inicial arbitrária $\mu = 0.2$ e com $\beta = \frac{\pi}{2}$ partimos para as iterações pelo método de Newton-Raphson para cada aproximação:

n	μ_n	$f(\mu)$	$f'(\mu)$
1	0.2	-0.72618	1.799226
2	0.603606	0.557853	5.027981
3	0.492656	0.068141	3.845956
4	0.474939	0.001464	3.681713
5	0.474541	7.19E-07	3.678098
6	0.474541	1.74E-13	3.678096
7	0.474541	0	3.678096
8	0.474541	0	3.678096
9	0.474541	0	3.678096
10	0.474541	0	3.678096

Assim temos $\mu_s = 0.4745$.

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$